



Liberté • Égalité • Fraternité

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

DDTM DE LA MANCHE

Modélisation hydraulique des scénarios moyens dans le cadre du TRI de Saint-Malo Mont-Saint-Michel sur le périmètre des communes normandes.

Note technique

01637804 | avril 2017 | v2





Immeuble Central Seine
42-52 quai de la Rapée
75582 Paris Cedex 12

Email : hydra@hydra.setec.fr

T : 01 82 51 64 02

F : 01 82 51 41 39

Directeur d'affaire : JPR

Responsable d'affaire : PPI

N°affaire : 01637804

Fichier : 37804_DDTM50_TRI_MT-ST-MICHEL_v2.docx

Version	Date	Etabli par	Vérifié par	Nb pages	Observations / Visa
1	09/12/2016	PPI	JPR	15	
2	12/04/2017	PPI	PLF	18	Ajout du § aléa et annexe modèle

TABLE DES MATIÈRES

1	CONTEXTE ET OBJET DE L'ETUDE	7
2	MODELISATION DE LA SUBMERSION MARINE	7
2.1	Logiciel utilisé : Hydrariv	7
2.2	Caractéristiques du modèle	8
2.3	Scénario étudié	11
2.3.1	Définition du scénario « événement moyen »	11
2.3.2	Caractéristique du niveau marin centennal en baie du Mont-Saint-Michel	11
2.3.3	Prise en compte des systèmes de protection	11
2.4	Analyse des résultats	12
2.4.1	Pénétration des flots au niveau du Rivage, et la progression vers le Pont Landais et Lirmanière	12
2.4.2	Dynamiques et hauteurs au niveau de la Caserne et progression vers Beauvoir ..	15
2.4.3	De Beauvoir, lieu-dit La grève au Nord de la D80	17
2.5	Caractérisation de l'alea	18

1 CONTEXTE ET OBJET DE L'ETUDE

Un premier jeu de cartographie sur le TRI Saint-Malo – Baie du Mont-Saint-Michel a été présenté en juin 2014 et soumis à concertation locale. Suite à cette concertation, il s'est avéré que ces premières cartographies ne correspondaient pas à la réalité terrain des berges du Couesnon, principalement en rive gauche, et ne tenaient pas compte des récentes évolutions du territoire notamment au niveau de l'anse de Moidrey.

Dans ce contexte, la DDTM de la Manche a sollicité Setec Hydratec pour remobiliser le modèle mis en place dans le cadre de l'élaboration du PPRL du marais de Dol afin de réaliser des simulations complémentaires pour les scénarios moyens sur le périmètre des communes normandes.

Cette note technique présente les caractéristiques du modèle utilisé, les hypothèses de calcul ainsi que les principaux résultats obtenus pour le scénario moyen.

2 MODELISATION DE LA SUBMERSION MARINE

2.1 LOGICIEL UTILISE : HYDRARIV

Le modèle utilisé pour la caractérisation de la submersion sur les communes de la manche en baie du Mont-Saint-Michel est en tout point identique à celui utilisé dans le cadre de l'élaboration du PPRSM du marais de Dol pour le compte de la DDTM35.

L'étude de submersion s'appuie sur une modélisation des écoulements mise en œuvre avec le logiciel HYDRARIV, développé par Hydratec. Les conditions aux limites sont définies par les conditions en mer et des débits des cours d'eau, sous formes de débits d'injection.

Hydrariv est un progiciel de modélisation hydrologique et hydraulique bidimensionnel adapté aux cours d'eau et estuaires ainsi qu'aux vallées et plaines inondables. Il est conçu pour intégrer dans un même modèle des schémas de représentation contrastés, tels que la schématisation filaire, les casiers et les maillages bidimensionnels. Cette souplesse permet d'adapter au mieux la modélisation à la spécificité des configurations rencontrées dans les domaines fluvial et estuarien et aux objectifs de modélisation poursuivis.

Le logiciel assure la résolution complète des équations de Barré-St-Venant, prenant notamment en compte les effets de remous aval, et de mises en charge des ouvrages. Il permet la représentation de tous les types de singularités rencontrés classiquement dans les systèmes fluviaux : ponts, digues, barrages et chaussées, vannages. Il prend en compte les effets du vent.

2.2 CARACTERISTIQUES DU MODELE

Le modèle d'écoulement bidimensionnel a été mis en œuvre sur l'ensemble du marais de Dol le Polder de l'Ouest et les rives du Couesnon jusqu'au Polder de Saint-Avit. Il est défini par les éléments suivants :

- Les données topographiques issues du LIDAR (2012),
- Les conditions aux limites définies par les conditions en mer (définies dans la note précédente) sous formes de débits d'injection pour les canaux et par une loi cote en fonction du temps (loi $Z(t)$) pour la limite maritime,
- Une distribution du coefficient de rugosité définie en fonction de l'occupation des sols.

L'ensemble du domaine d'étude (prairies, champs cultivé, zone urbaine, ...) est défini par un maillage 2D à maille fine : 13 800 mailles de l'ordre de 100 m, parfois moins, dont la précision est fonction de la topographie. Le maillage s'appuie sur les singularités formées par les remblais, les routes et les chenaux (à noter la particularité du système de casiers (44) en zone de marais des Polders de l'Ouest). Le Couesnon, les biez et canaux sont pris en compte par un modèle filaire 1D et sont définis à l'aide de profils en travers.

Le calage consiste à ajuster les paramètres du modèle, en particulier les coefficients de Strickler caractérisant les rugosités des lits mineurs et lits majeurs, de sorte à retrouver par le calcul les niveaux de submersion observés. Ici l'absence d'événement récent observé et quantifié a conduit à retenir conventionnellement les coefficients de Strickler K_s suivant :

- Casiers agricoles : 15
- Biefs 2D Surfaces agricoles : 15
- Biefs 2D Surfaces urbanisées : 7
- Biefs 1D Canaux : 35

Le paramètre de la hauteur d'eau minimale dans le modèle du marais de Dol a été fixé à 5cm. C'est-à-dire qu'en deçà de cette valeur, les mailles ou les casiers du modèle sont considérés mis au sec.

Les brèches sont gérées par des liaisons spécifiques gérant une loi de seuil, dont la condition limite aval est la variation du niveau de la mer, qui alimente le casier ou le bief 2D si la mer est plus haute que le seuil, ou qui vidange le casier ou le bief 2D dans le cas contraire.

Les débits des cours d'eau entrant dans le marais ont été fixés au débit journalier décennal lorsque l'information existe, c'est-à-dire au Couesnon (47 m³/s), au Canal des Allemands (8,4 m³/s) et le Guyoult (5,2 m³/s). On rappellera que ce dernier n'a aucune connexion fonctionnelle avec le marais de Dol, qu'il ne fait que traverser via un chenal aménagé.

Lorsqu'aucune donnée n'était disponible le débit a conventionnellement été pris à 1m³/s : le Biez Jean, le Cardequin, le Canal des Planches et la Banche.

La figure page suivante montre une vue en plan du modèle :

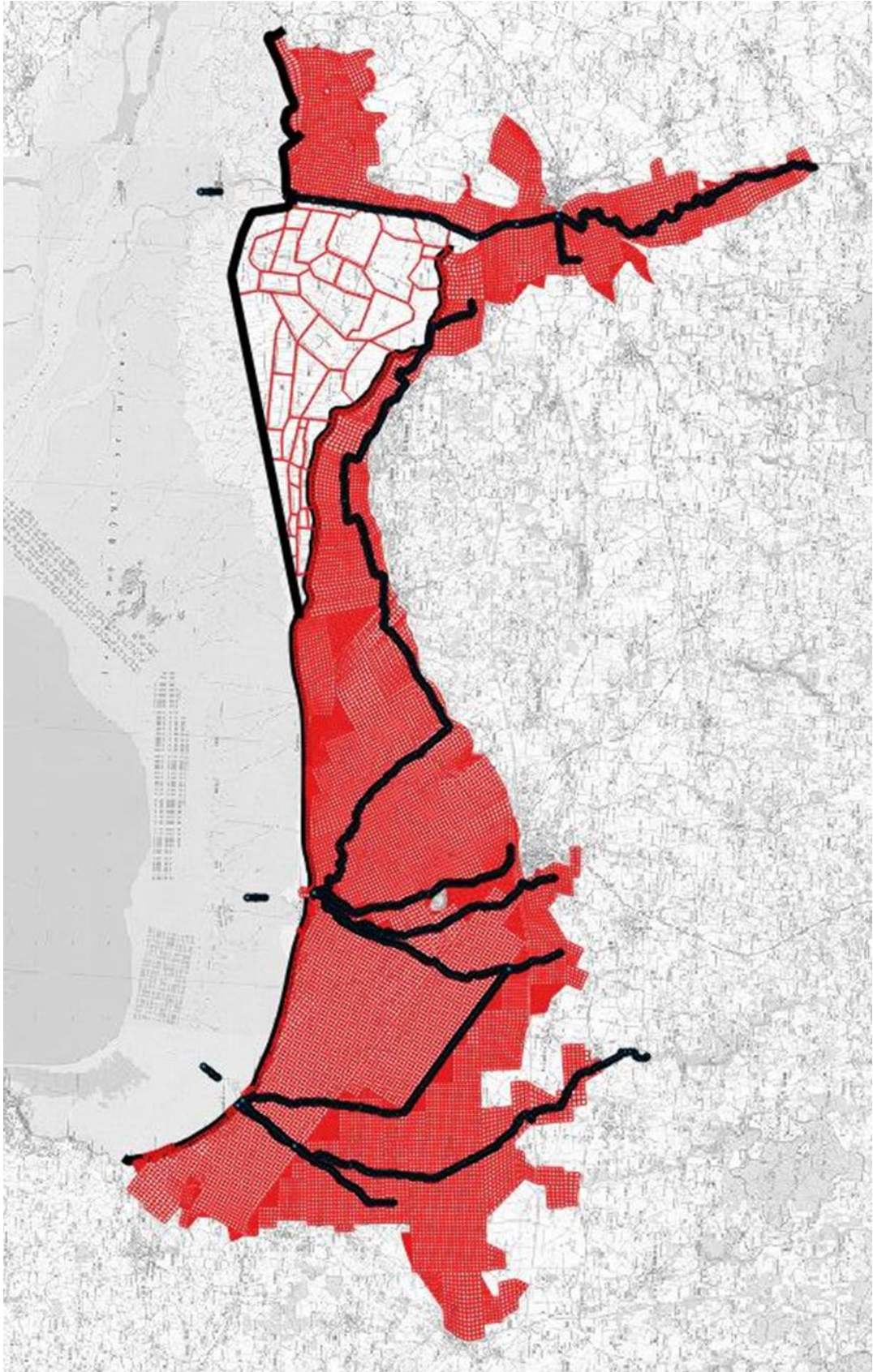


Figure 1 : Emprise du modèle Hydrariv sur le marais de Dol et l'estuaire du Couesnon

2.3 SCENARIO ETUDIE

2.3.1 Définition du scénario « événement moyen »

Le scénario étudié correspond au scénario « événement moyen » au sens de la Directive inondation, c'est-à-dire un événement centennal de submersion marine, assorti de l'hypothèse d'un défaut d'opérationnalité des ouvrages marins de protection (barrage ouvert, brèches ou ruine de la digue) et tient compte de l'évolution global du niveau de la mer à l'horizon 2100.

2.3.2 Caractéristique du niveau marin centennal en baie du Mont-Saint-Michel

Le niveau marin retenu pour la caractérisation du scénario « événement moyen » est analogue à celui retenu pour caractériser événement de référence du PPRSM des Marais de Dol. La méthode statistique de détermination des niveaux marins extrêmes par convolution « marée/surcote » proposée par le SHOM et le CEREMA a été appliquée, sur la base d'une analyse croisée des données de marée prédites par le SHOM au Mont-Saint-Michel et des enregistrements marégraphiques à la chapelle Saint-Aubert. Le détail de cette analyse est fourni en annexe du PPRSM des Marais de Dol.

Le niveau marin de l'évènement moyen se décompose comme suit :

- un niveau marin extrême centennal de 8,55 m (IGN 69) intégrant les phénomènes de marée et de surcotes de pleine mer d'origine barométrique (passage d'une dépression atmosphérique) ou à des vents d'afflux (vents forts se dirigeant vers la côte), voire à la combinaison des deux phénomènes ;
- une surcote liée à la houle (*wave set-up*) de 12 cm ;
- aucun mouvements verticaux terrestres : surrection/subsidence nulle ;
- une marge de sécurité de 25 cm permettant de prendre en compte les incertitudes ;
- une augmentation du niveau marin correspondant à la prise en compte de l'élévation du niveau moyen de la mer liée aux effets du changement climatique définies dans le scénario pessimiste de l'Observatoire National sur les Effets du Réchauffement Climatique (ONERC), soit + 20 cm à court terme (scénario « événement moyen » n°1) et + 60 cm à échéance 100 ans (scénario « événement moyen » n°2).

A noter que des hypothèses de travail analogues ont été utilisées pour réaliser les cartes d'aléa des PPRSM.

Le niveau marin de l'« évènement moyen » n°1 retenu est de 9,12 m (IGN 69) et celui de de l'« évènement moyen » n°2 est de 9,52 m (IGN 69).

Soit respectivement 15,86 m CM et 16,26 m CM par rapport au zéro hydrographique (ou Cote Marine : 0 m CM = -6,74 m IGN 69 au Mont-Saint-Michel).

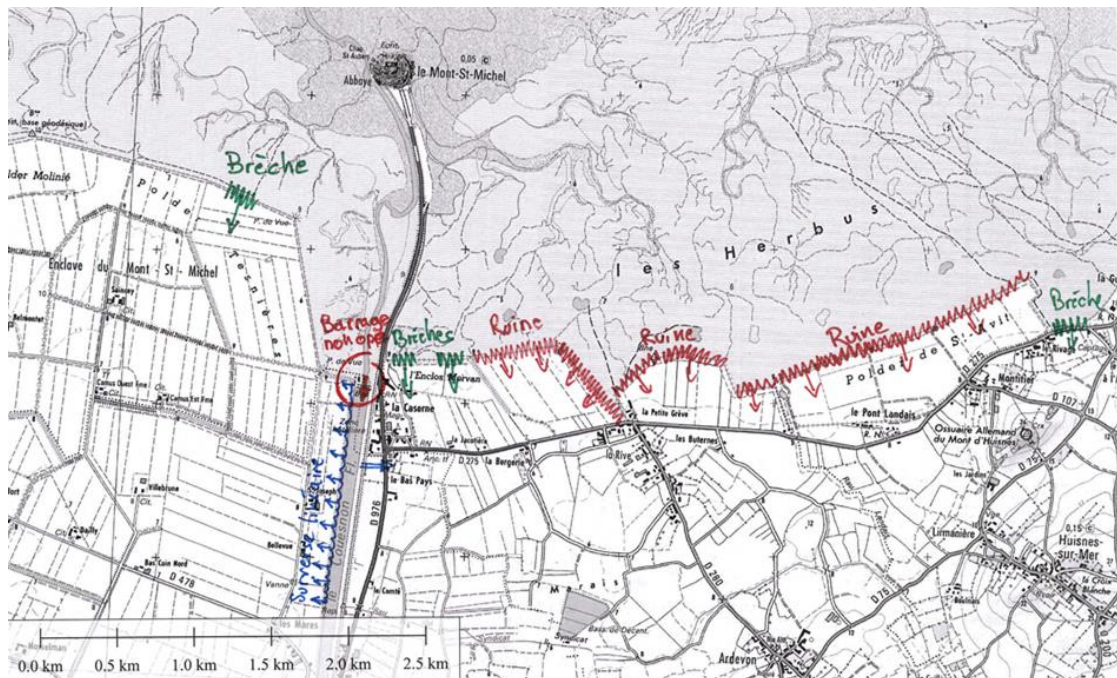
2.3.3 Prise en compte des systèmes de protection

Le choix du scénario de défaillance de l'ouvrage a été réalisé en se basant sur la circulaire du 27 juillet 2011, qui peut se résumer ainsi :

- Ruine généralisée des ouvrages surversés par plus de 20cm ;

- Brèche forfaitaire par tronçon d'ouvrage homogène et au droit des espaces urbanisés, fonction de la dimension des ouvrages et de leur état.

La figure suivante illustre les hypothèses retenues pour les ouvrages maritimes des communes normandes riveraines du Mont-Saint-Michel.

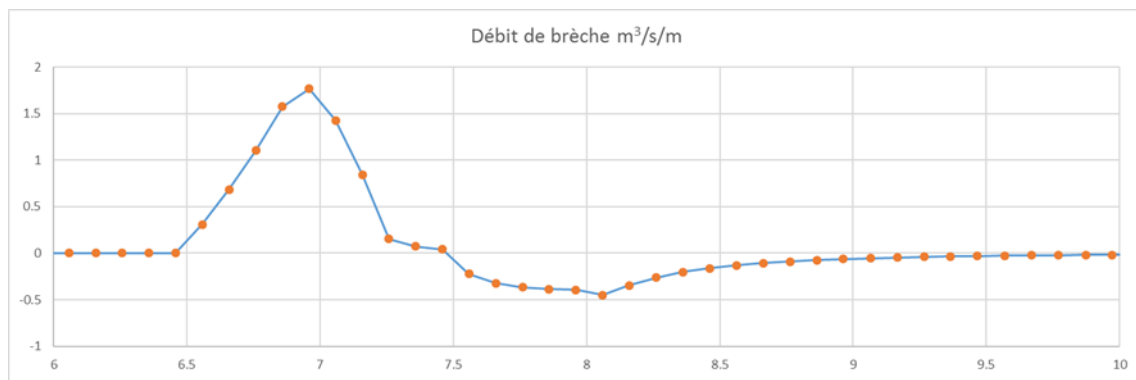


2.4 ANALYSE DES RESULTATS

2.4.1 Pénétration des flots au niveau du Rivage, et la progression vers le Pont Landais et Lirmanière.

Le début de rupture de l'ouvrage au niveau du polder de Saint Avit se fait 30 min avant la pleine mer (PM). A PM, l'eau franchit la digue du Rivage et quinze minutes plus tard, le polder est rempli jusqu'au Pont Landais avec des hauteurs d'eau comprises entre 1 et 2 m. La digue au niveau du Rivage est également submergée.

Le débit franchissant la brèche puis la surverse de l'ouvrage ruiné atteint les $1,8 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ au moment du pic de pleine mer.



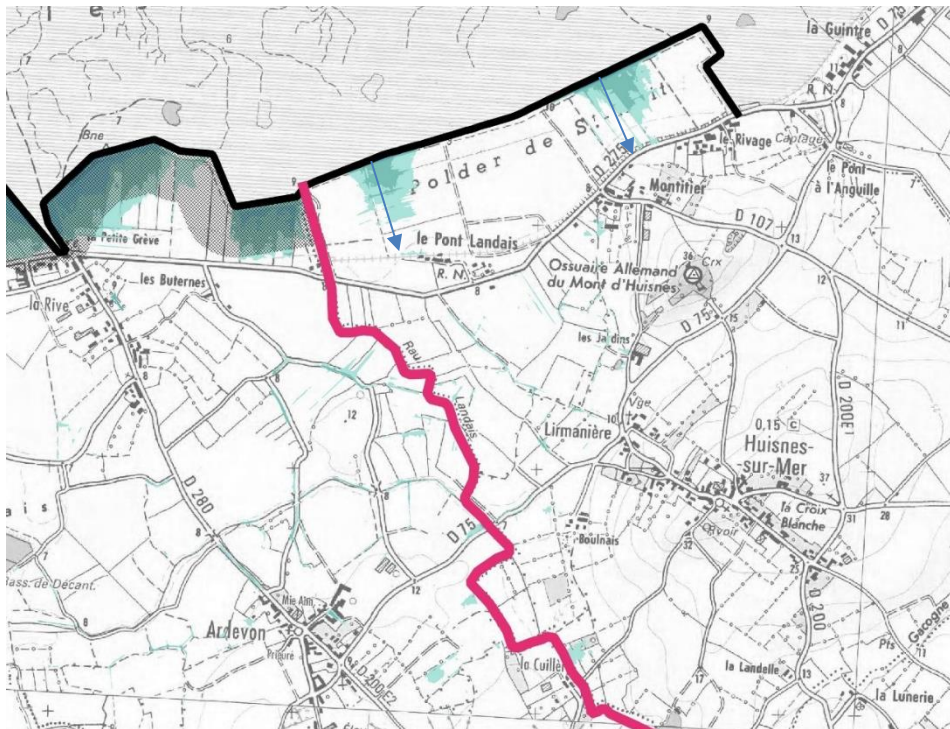


Figure 2 : Scénario moyen – surface inondable au Polder de St-Avit – PM -15min

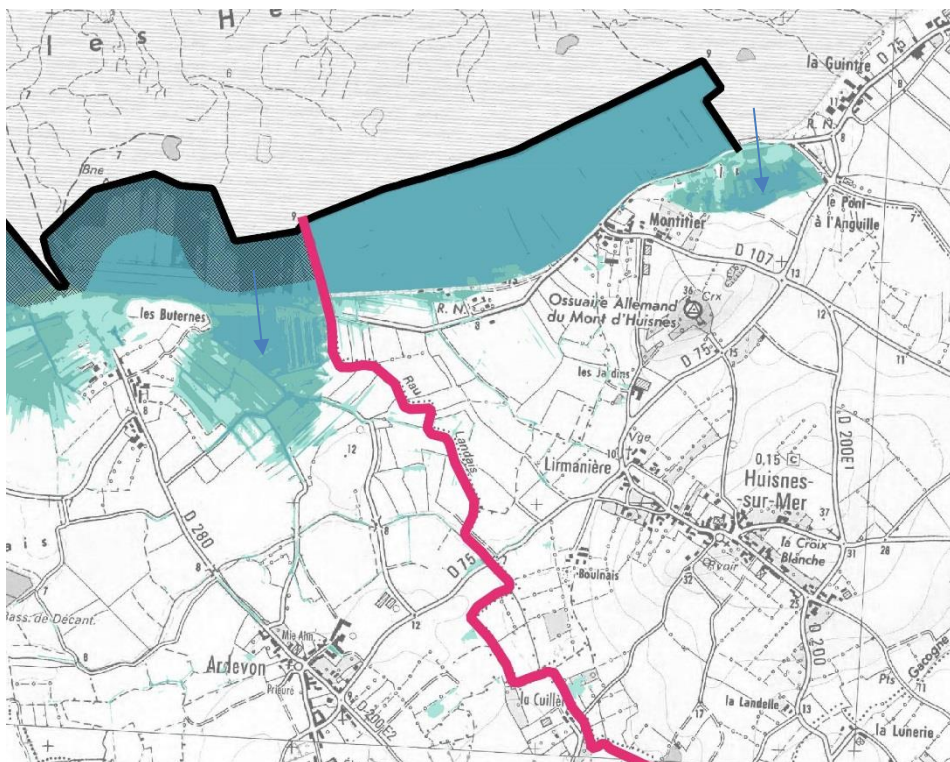


Figure 3 : Scénario moyen – surface inondable au Polder de St-Avit – PM +15min

Le polder commence à se vidanger par les brèches ½ heure après la pleine mer. Mais le flot qui a débordé la digue de second rang entre le Rau Landais et les Buternes, progresse alors vers Limanière et atteint Ardevon 1 heure après l'apparition des premières brèches dans la digue.

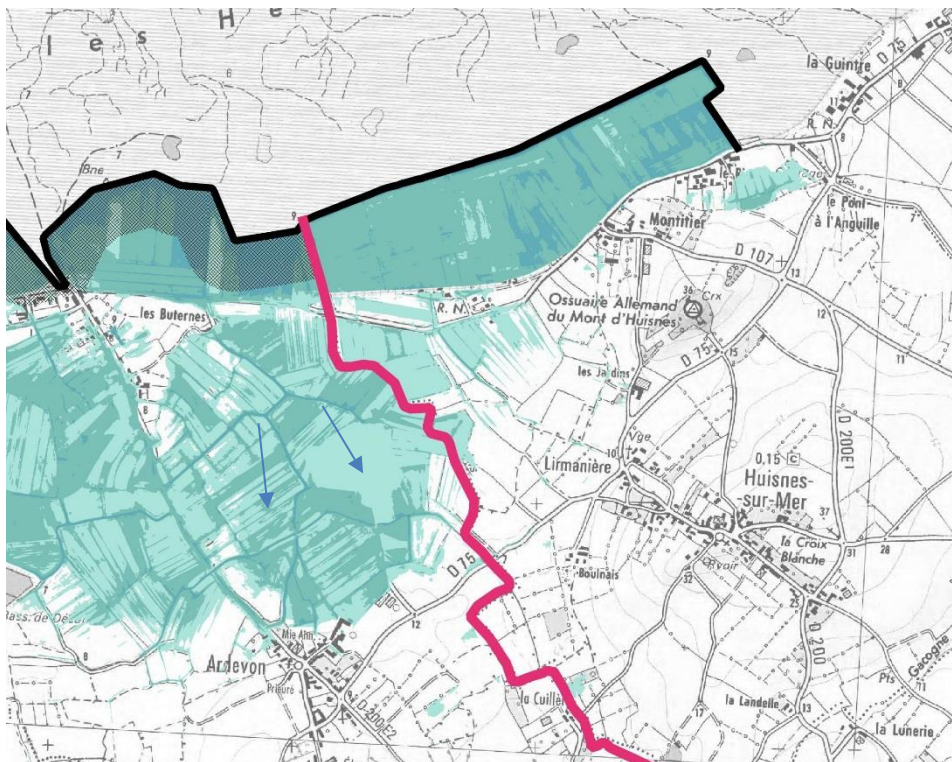


Figure 4 : Scénario moyen – surface inondable au Polder de St-Avit – PM + 1h 15min

Les écoulements se font ensuite plus lentement et le ressuyage des zones submergées se font progressivement en direction d'une dépression au sud-ouest de Boulais.

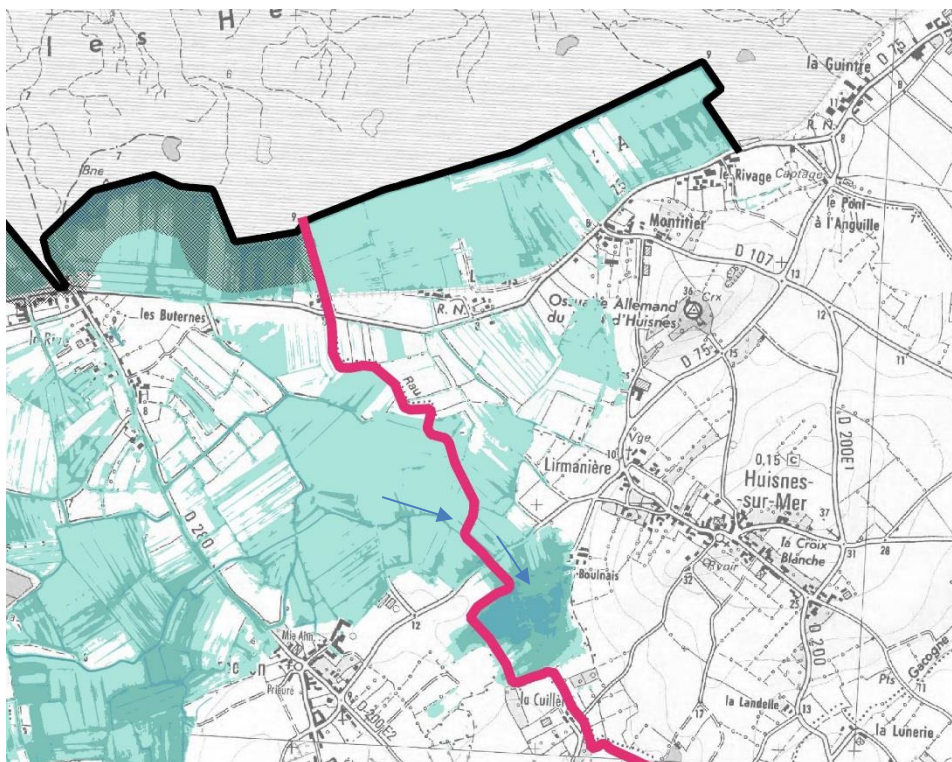


Figure 5 : Scénario moyen – surface inondable au Polder de St-Avit – PM + 5h

2.4.2 Dynamiques et hauteurs au niveau de la Caserne et progression vers Beauvoir

Le début de rupture de l'ouvrage l'apparition des brèches au niveau de l'enclos Morvan se fait 30 min avant la pleine mer (PM). A PM, l'ouvrage à l'est est complètement ruiné et le flot submerge la Caserne et atteint la D275.

Le débit franchissant la brèche de l'enclos Morvan atteint les 1,23 m³/s/m au moment du pic de pleine mer. Le volume d'eau pénétrant dans l'enclos Morvan, lors de la marée de niveau marin extrême, est de près de 400 000m³ par les brèches et de plus de 2 000 000m³ par surverse sur les ouvrages ruinés à l'est.

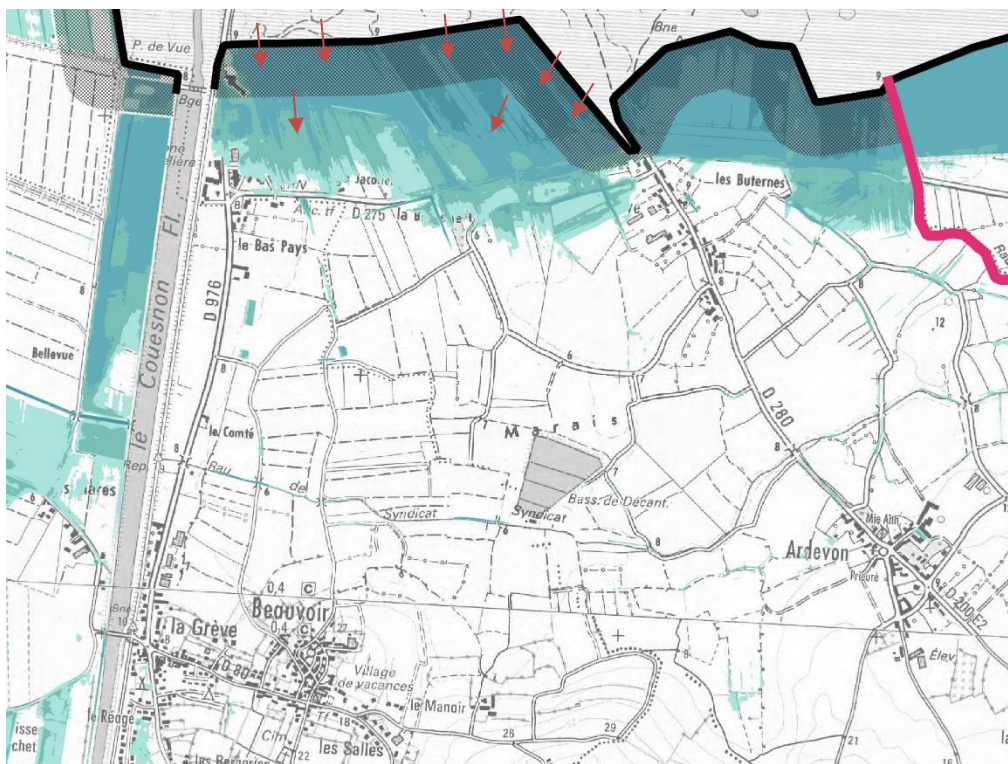
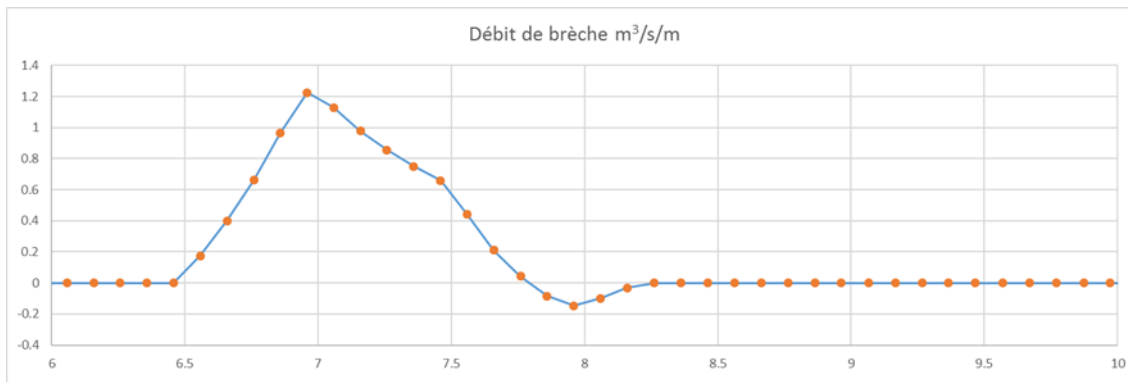


Figure 6 : Scénario moyen – surface inondable au niveau de la Caserne – PM

15 min après la PM, l'ensemble des bâtiments de la Caserne sont inondés jusqu'en limite du parc de stationnement du Mont-Saint-Michel.

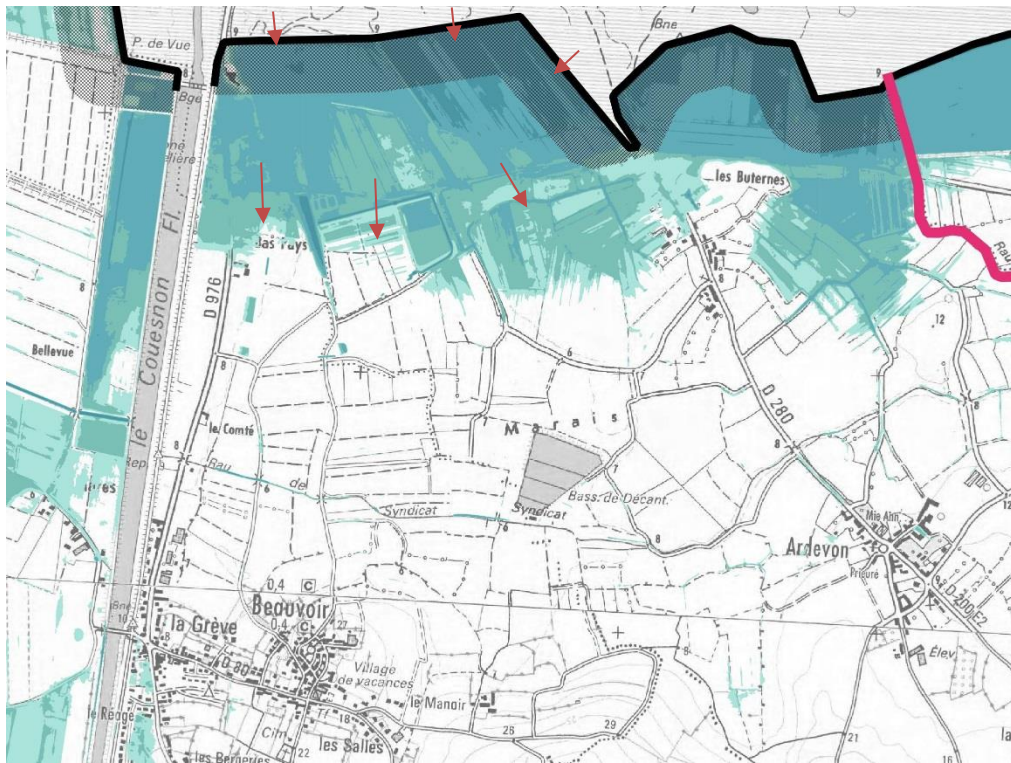


Figure 7 : Scénario moyen – surface inondable au niveau de la Caserne – PM + 15min

45 min après la PM, le polder commence à se vidanger par les brèches et les sur l'ouvrage ruiné, Tandis que le flot ayant franchi la D275 continue sa progression vers le sud.

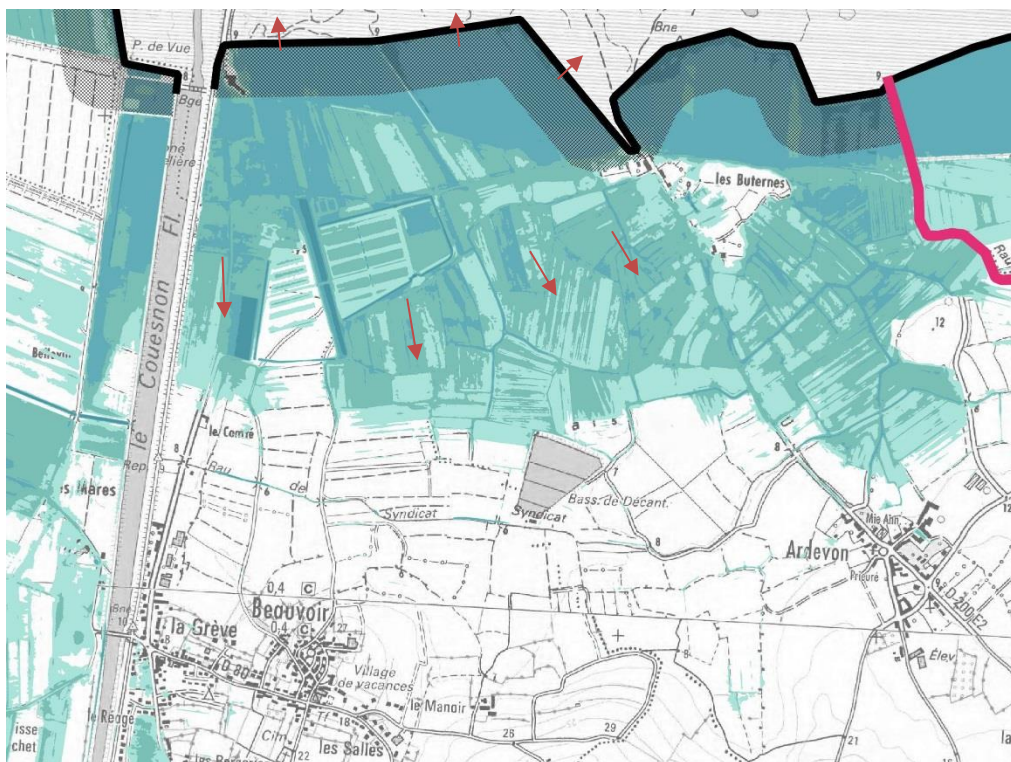


Figure 8 : Scénario moyen – surface inondable au niveau de la Caserne – PM + 45min

2.4.3 De Beauvoir, lieu-dit La grève au Nord de la D80

La commune de Beauvoir et le lieu-dit La Grève au nord de la D80 sont atteints par la submersion marine provenant de l'enclos Morvan, 2h après la PM.

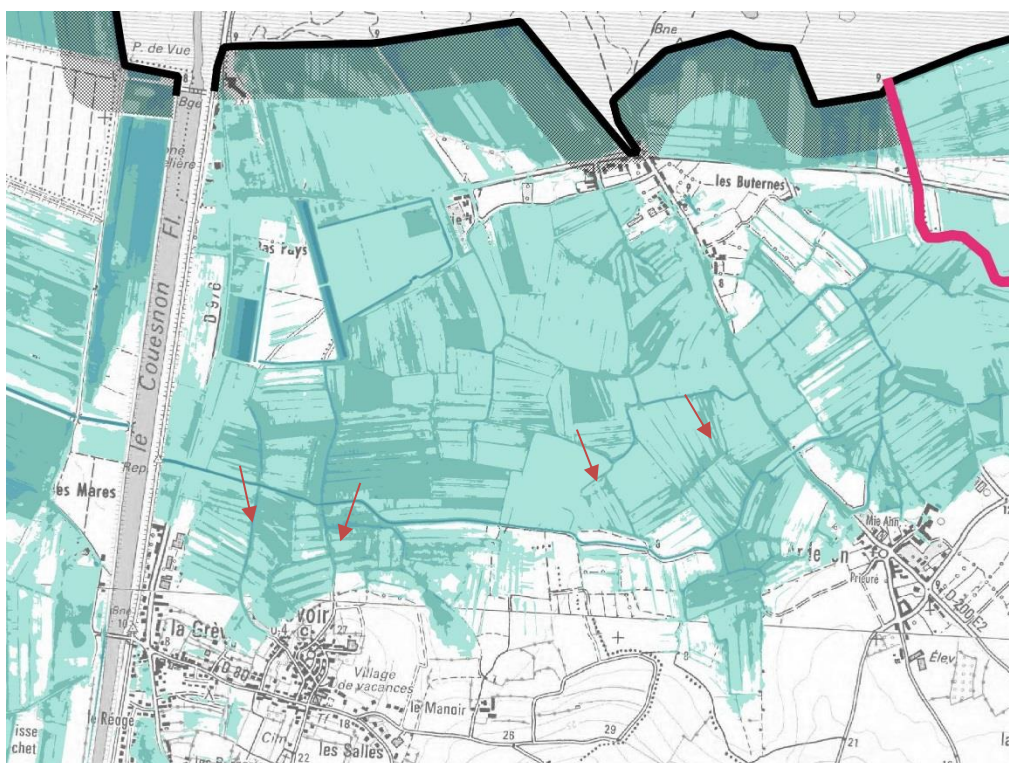


Figure 9 : Scénario moyen – surface inondable au niveau de la Caserne – PM + 2h

2.5 CARACTERISATION DE L'ALEA

Le niveau de l'aléa submersion marine est zoné en 4 classes (faible, moyen, fort, très fort) par croisement des paramètres suivants :

- la hauteur d'eau maximale durant l'évènement (m),
- la vitesse d'écoulement (m/s),
- la rapidité de submersion ou vitesse verticale de montée des eaux (m/h).

La cartographie réalisée à partir des scenarii retenus a été réalisée en s'appuyant sur le croisement de ces paramètres définis dans le tableau suivant :

Vitesse (courant) Hauteur (H)	faibles $V < 0,25$ m/s	moyennes $0,25 \leq V < 0,5$ m/s	fortes $V \geq 0,5$ m/s	Très fortes $V \geq 1,25$ m/s
faible - $H < 0,5$ m	faible	moyen	fort	très fort
moyenne - $0,5 \leq H < 1$ m	moyen	moyen	fort	très fort
forte - $1 \leq H < 2$ m	fort	fort	très fort	très fort
très forte - $H \geq 2$ m	très fort	très fort	très fort	très fort

De plus si la hauteur de submersion est supérieure à 0.5m et si la rapidité de submersion est supérieure à 1,5 m/h, alors l'indice d'aléa trouvé pour le couple (H, V) est incrémenté d'une unité.

ANNEXE 1

ANALYSE STATISTIQUES DES HAUTEURS D'EAU EXTREMES

AU MONT-SAINT-MICHEL

1.1 CALCUL DES SURCOTE DE PLEIN MER

Afin de s'affranchir des dérives temporelles du signal mesuré et donc du déphasage entre les hauteurs prédites et observées, nous avons travaillé sur la notion de surcote de pleine mer qui correspond à la différence entre le niveau d'eau maximum observé au voisinage de la pleine mer et le niveau de pleine mer prédit. Compte tenu du dispositif de mesure, ces surcotes n'ont été évaluées que pour des niveaux marins supérieurs à 5,5 m IGN 69.

En analysant les données, pour les mesures des années 2003 à 2004 et 2008 à 2010, aucune décote de pleine mer n'a été observée (?) et la surcote moyenne de pleine mer observée est comprise entre 0.36 et 0.58m, contre 0.16m en moyenne pour les autres années. Il est donc fortement probable qu'une dérive de l'appareil est à l'origine de ces écarts. Ne connaissant pas la valeur correctrice éventuelle à appliquer, celle-ci étant probablement variable du fait de la dérive progressive de la sonde en absence de relevé régulier, ces mesures ont été exclues de l'analyse.

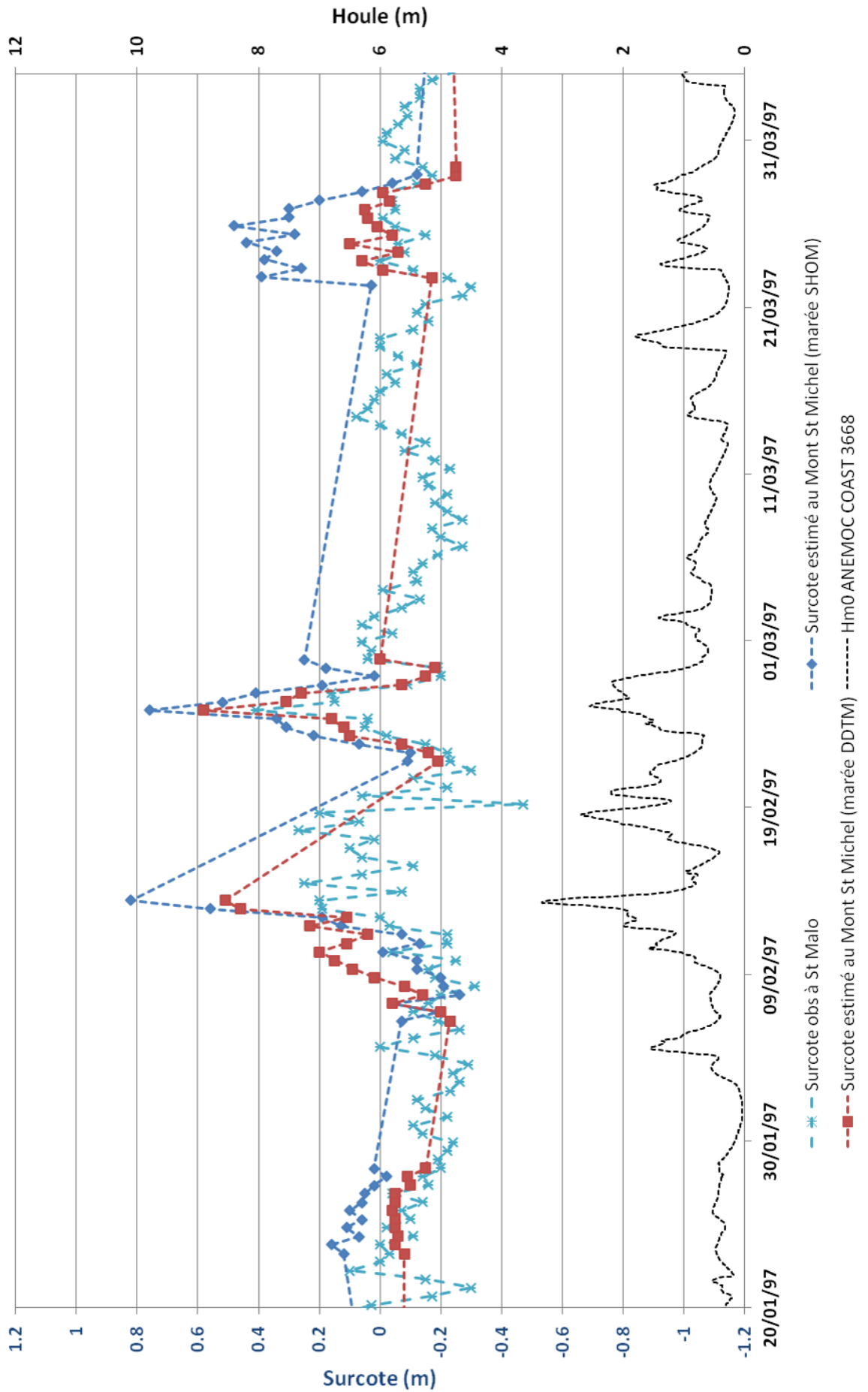
Les valeurs de surcotes maximales annuelles observées sont les suivantes :

Date (UT)	Surcote de PM estimée au Mont-Saint-Michel (marée SHOM)	Surcote observée à Saint-Malo
13/02/1997 10:00	82. cm	20. cm
24/02/1997 19h30	76. cm	41. cm
02/01/1998 08 :20	93. cm	62. cm
02/01/1999 18 :20	65. cm	29. cm
30/10/2000 07 :30	181. cm	110. cm
08/02/2001 06 :10	71. cm	31. cm
26/01/2001 19 :30	80. cm	35. cm
26/02/2002 05:20	75. cm	56. cm
17/06/2011 19:10	68. cm	39. cm
24/01/2012 19:10	53. cm	12. cm
09/04/2012 20 :10	45. cm	26. cm

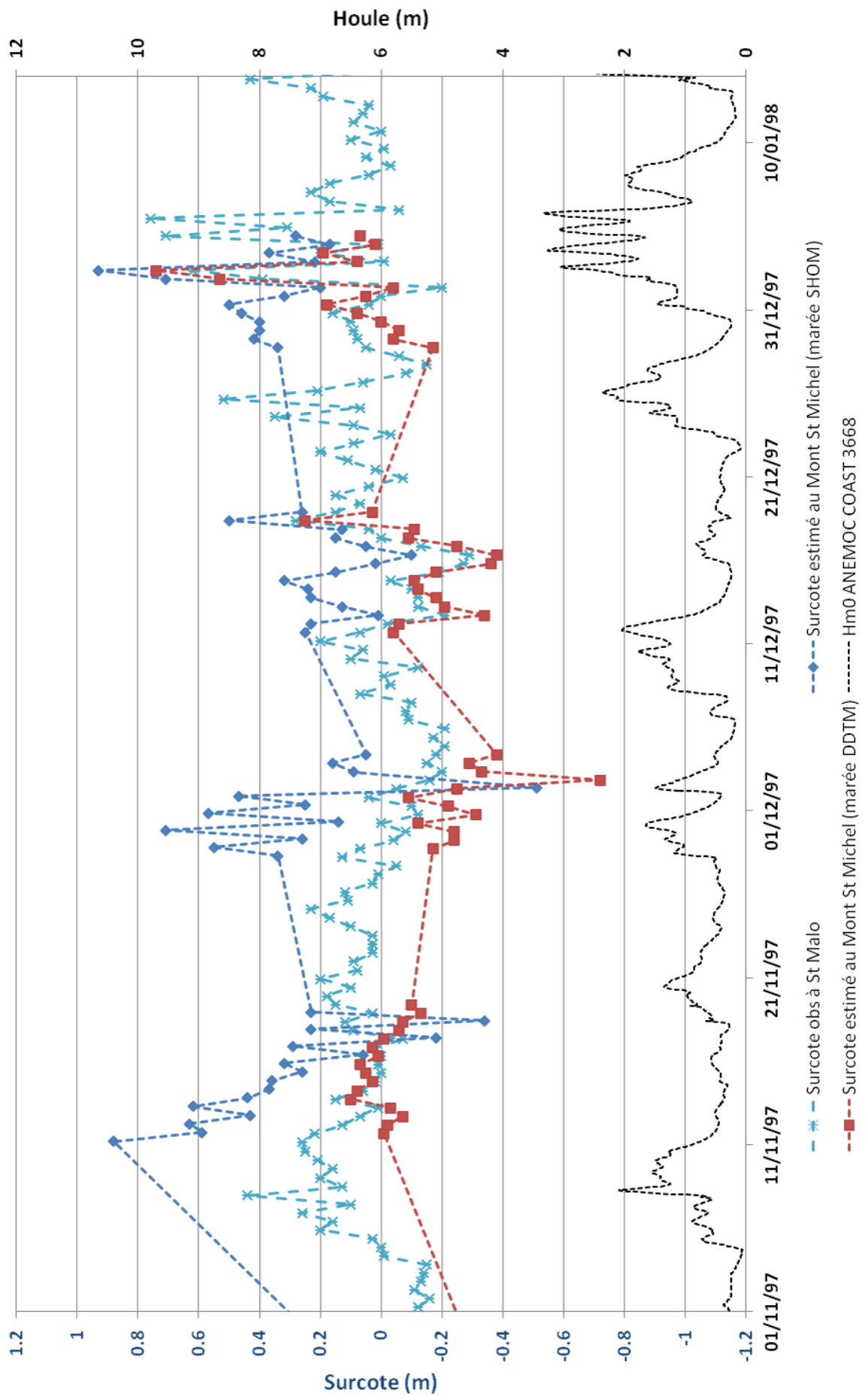
La surcote maximale de pleine mer mesurée est de 1,81 m (1,10 m à Saint-Malo) lors de la tempête du 30 octobre 2000 qui a touché la Vendée, la Bretagne et le Cotentin, ainsi que l'Île-de-France, le Cambrésis et l'Alsace (source Prim.net).

Les figures suivantes présentent les comparaisons des surcotes calculées au Mont-Saint-Michel à celles observées à Saint-Malo pour chacun des mois présentant les maximums annuels :

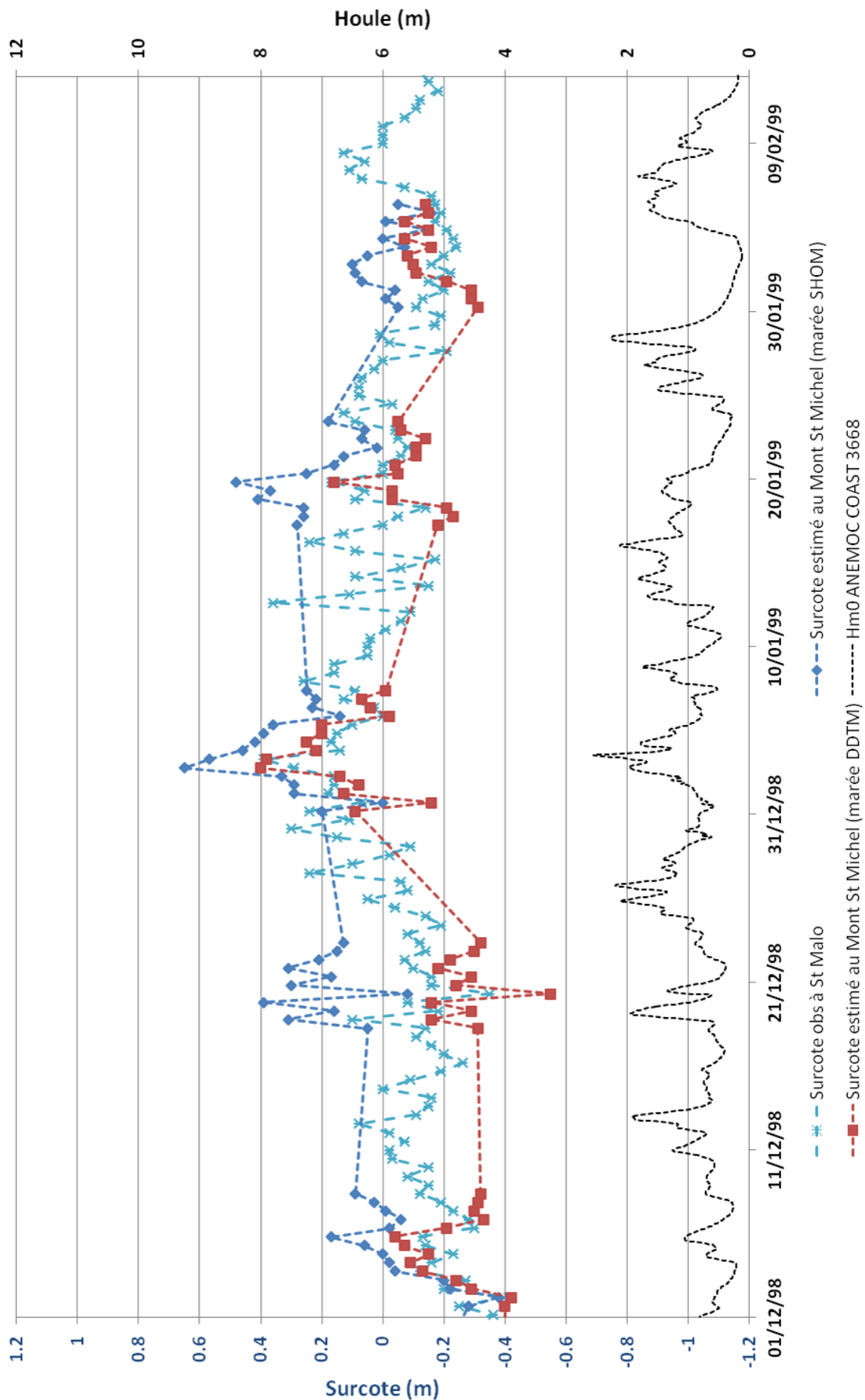
Surcote à Saint-Malo et au Mont-Saint-Michel - 20/01/97 au 31/03/1997



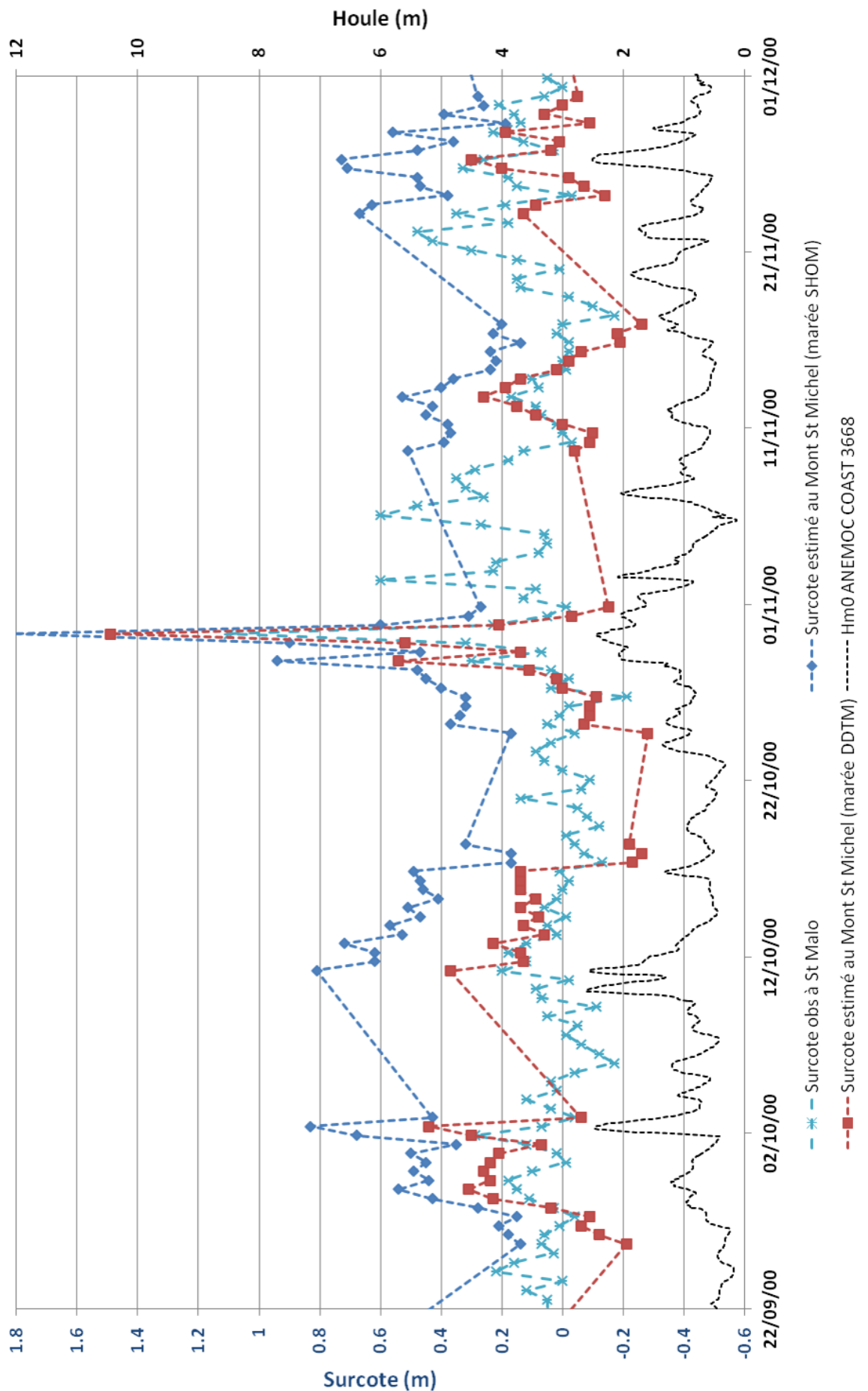
Surcote à Saint-Malo et au Mont-Saint-Michel - 01/11/1997 au 10/01/1998



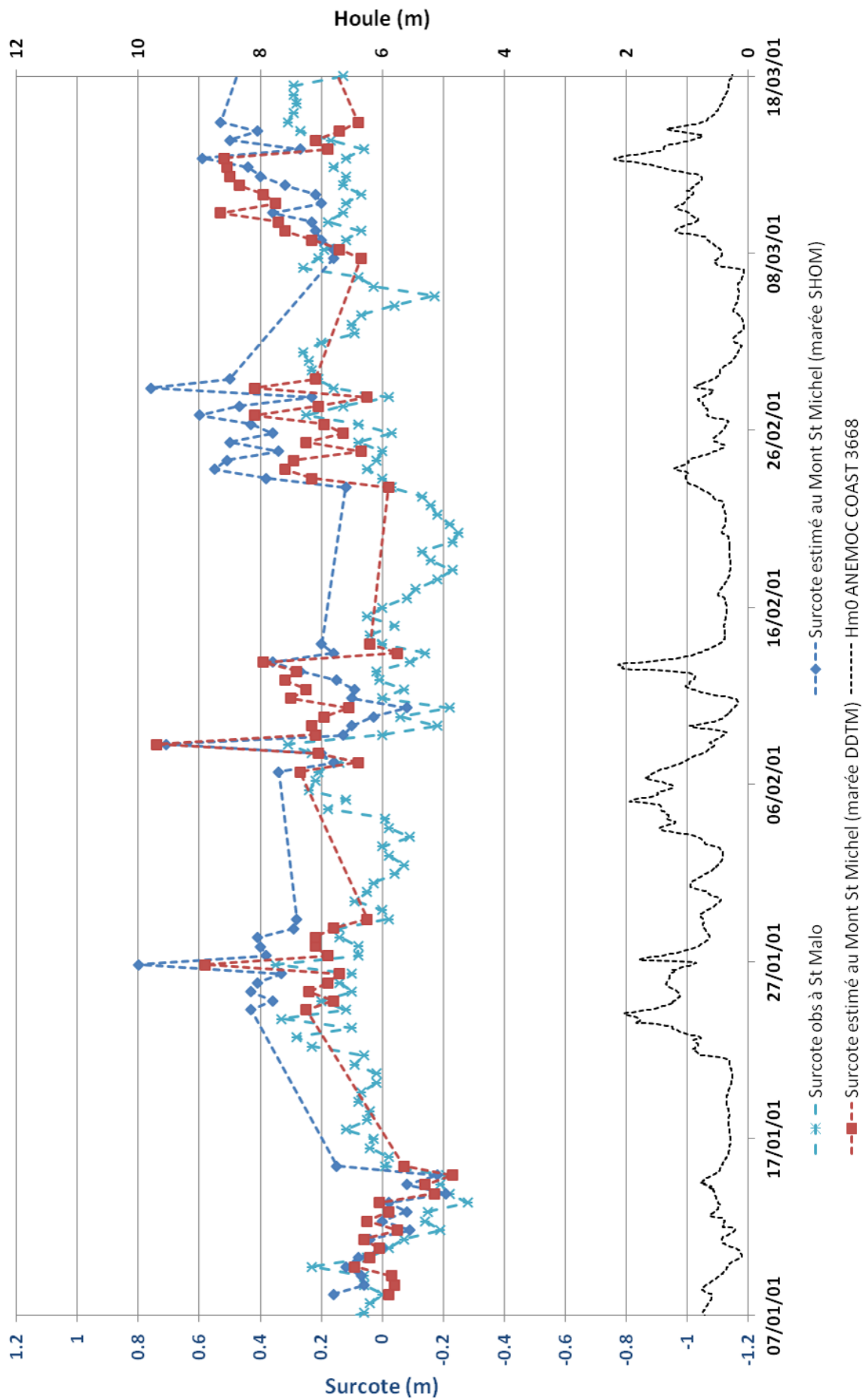
Surcote à Saint-Malo et au Mont-Saint-Michel - 01/12/98 au 09/02/1999



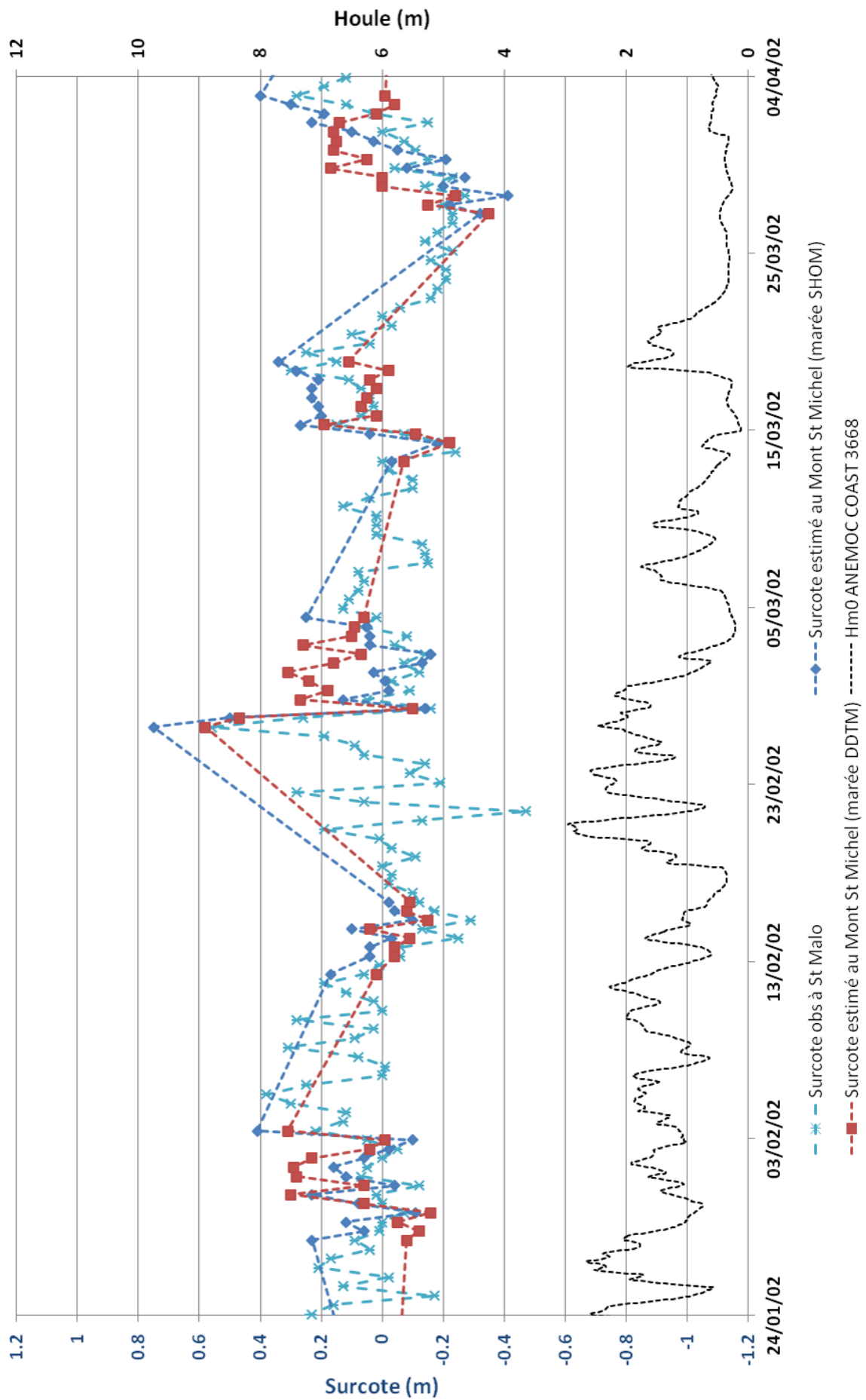
Surcote à Saint-Malo et au Mont-Saint-Michel - 22/09/00 au 01/12/00



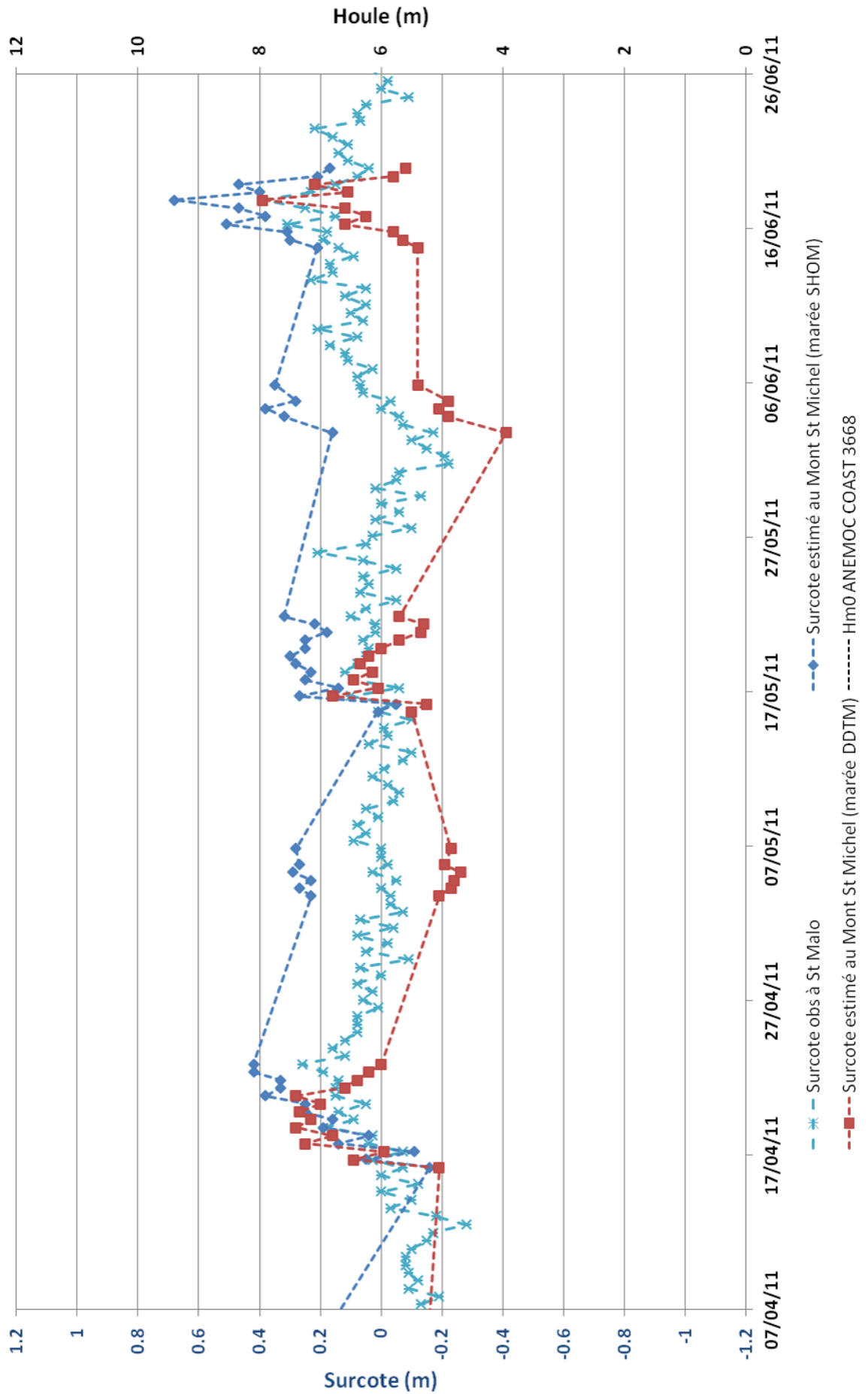
Surcote à Saint-Malo et au Mont-Saint-Michel - 07/01/01 au 18/03/01



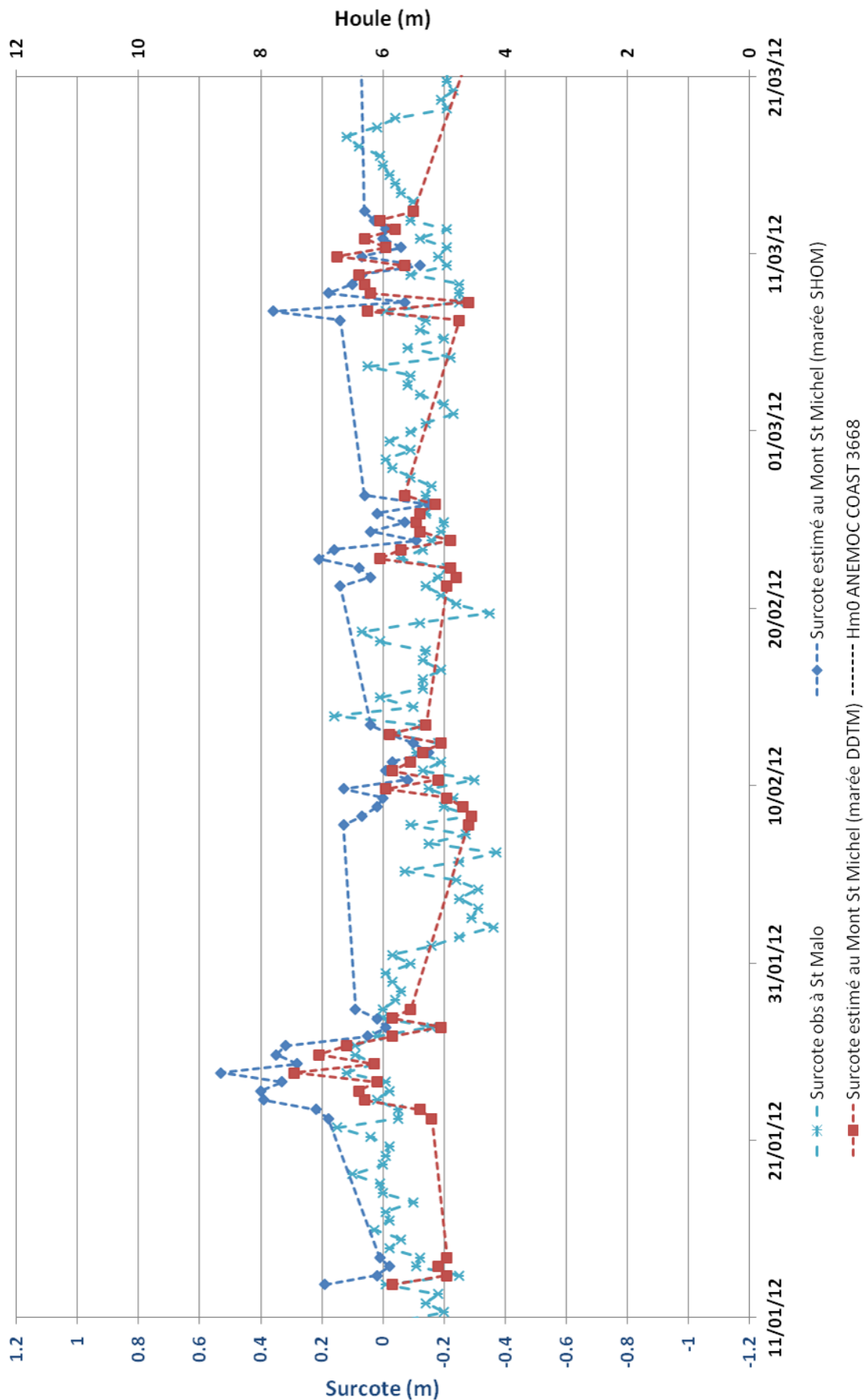
Surcote à Saint-Malo et au Mont-Saint-Michel - 24/01/02 au 04/04/02



Surcote à Saint-Malo et au Mont-Saint-Michel - 07/04/11 au 26/06/11



Surcote à Saint-Malo et au Mont-Saint-Michel - 11/01/12 au 21/03/12



1.2 ANALYSE PAR LA METHODE POT

Comme préconisé par le CETMEF, nous avons ajusté une loi de probabilité paramétrique aux valeurs extrêmes des surcotes par la méthode POT (Peak Over Threshold).

L'analyse POT sur les surcotes a donc portée sur les mesures de 1997 à 2002 puis de 2011 à 2012. Soit 1286 pleine mer de plus de 5.5 m IGN, c'est-à-dire $1286/245 = 5.25$ ans d'observation, 245 étant le nombre de pleine par an supérieur à 5.5 m IGN au Mont-Saint-Michel.

L'ajustement des surcotes se fait avec la formule :

$$Pr(S > s \mid s+u > n_0 \ \& \ S > s_0) = (1 - F(s))$$

avec s : surcote
 u : marée
 n_0 : niveau d'eau minimum de mesure
 s_0 : seuil de tempête
 F(.) : loi d'ajustement

Dans un premier temps, le seuil de tempête a été défini à 0.5 m pour une durée de tempête de 72h. La population étudiée est alors de 36 tempêtes, soit près de 6.86 tempêtes par an. On obtient alors les courbes d'ajustements suivantes :

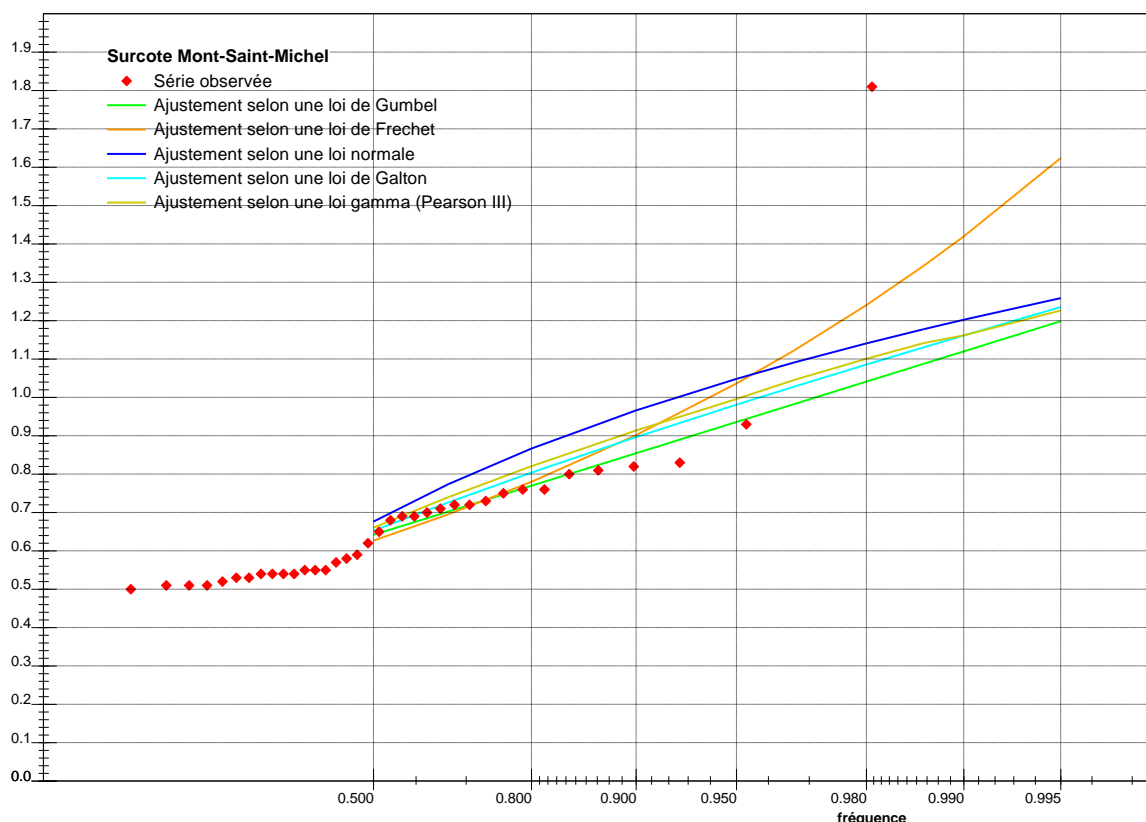


Figure 4 : Courbe d'ajustement des surcotes de pleine mer (prédiction SHOM) avec un seuil de tempête défini à 0.5 m et une durée de tempête de 72h

Les tests de normalité donnent les résultats suivants :

	Gumbel	Frechet	Normale	Galton	Pearson
Test de: Anderson-Darling - Niveau de signification: 5 % - Valeur critique: 2.4986					
Statistique	1.1510	0.8750	3.0815	1.3905	1.6326
Test de: Cramer-Von-Mises - Niveau de signification: 5 % - Valeur critique: 0.2186					
Statistique	0.1666	0.1228	0.4647	0.1809	0.2391
Test de: Kolmogorov-Smirnov - Niveau de signification: 5 % - Valeur critique: 0.2214					
Statistique	0.1784	0.1321	0.2181	0.1436	0.1611

Dans un second temps, le seuil de tempête a été défini à 0.6 m pour une durée de tempête de 72h. La population étudiée est alors de 19 tempêtes, soit près de 3.62 tempêtes par an. On obtient alors les courbes d'ajustements suivantes :

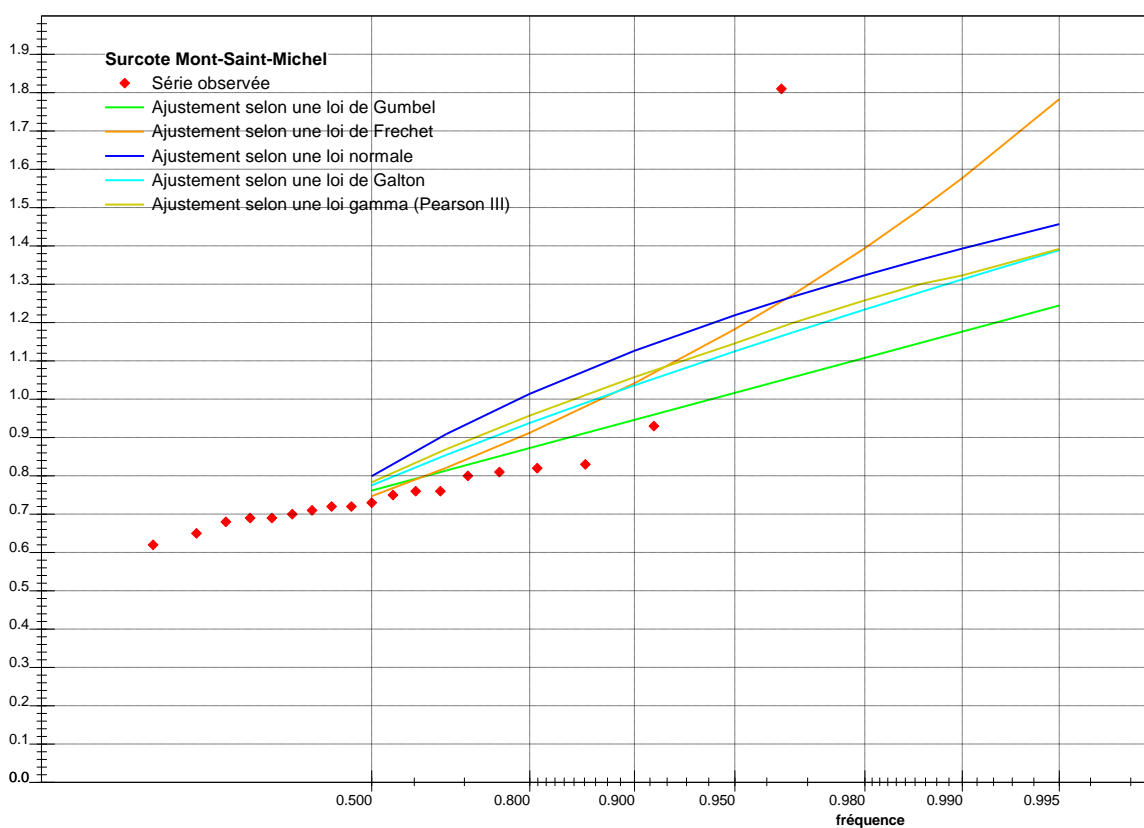


Figure 5 : Courbe d'ajustement des surcotes de pleine mer (prédiction SHOM) avec un seuil de tempête défini à 0.6 m et une durée de tempête de 72h

Les tests de normalité donnent les résultats suivants :

	Gumbel	Frechet	Normale	Galton	Pearson
Test de: Anderson-Darling - Niveau de signification: 5 % - Valeur critique: 2.4986					
Statistique	1.1059	1.3476	3.3346	2.1207	2.3419
Test de: Cramer-Von-Mises - Niveau de signification: 5 % - Valeur critique: 0.2170					
Statistique	0.1518	0.2251	0.6092	0.3568	0.4317
Test de: Kolmogorov-Smirnov - Niveau de signification: 5 % - Valeur critique: 0.3014					
Statistique	0.1888	0.2115	0.3463	0.2758	0.3005

Au vu des résultats précédents, l'ajustement selon une Loi de Frechet, paramètres estimés selon la méthode des moments, est la plus pertinente appliquée à un échantillon avec un seuil de tempête défini à 0.5 m et une durée de tempête de 72h. La courbe suivante représente cet ajustement avec les intervalles de confiance à 95 % et 70% :

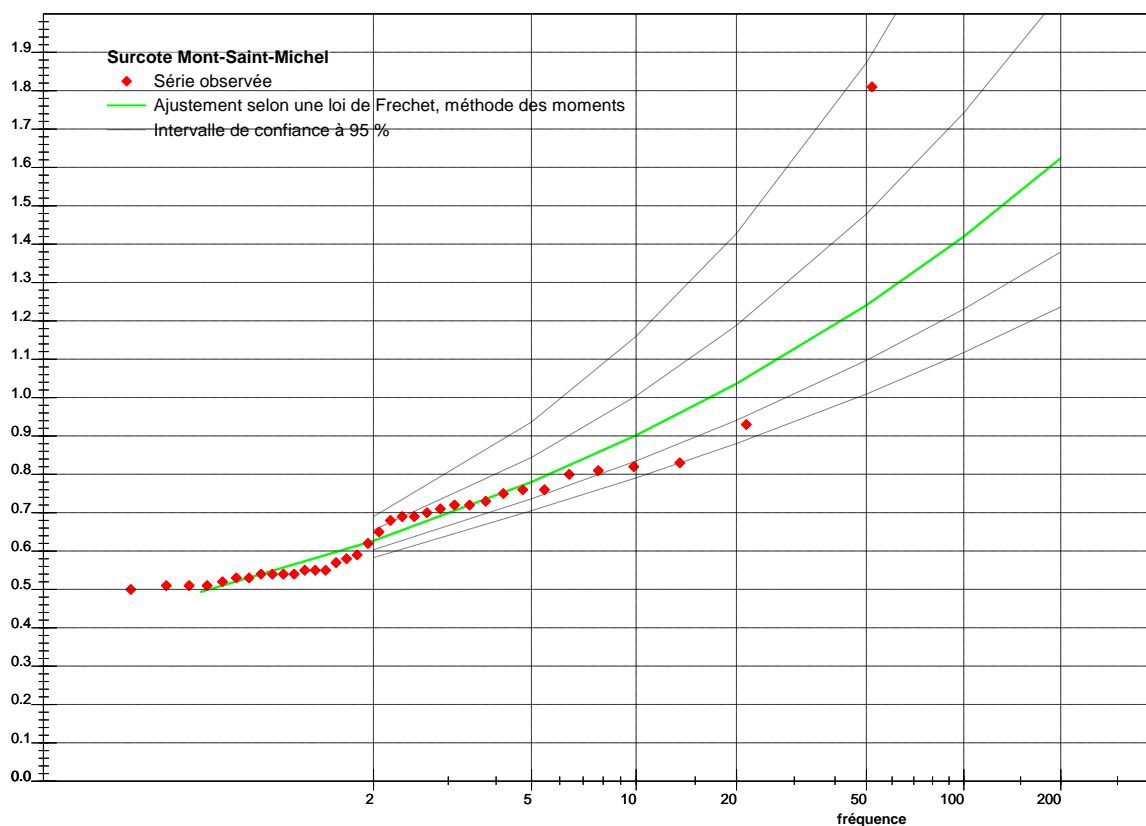


Figure 6 : Courbe d'ajustement selon une loi de Fréchet des surcotes de pleine mer (prédiction SHOM) avec un seuil de tempête défini à 0.5 m et une durée de tempête de 72h

La loi de Fréchet s'écrit alors :

$$F(x) = e^{-e^{-u}} \text{ avec } u = \frac{\log(x-x_0)-s}{\delta} \text{ et } x \in] x_0, +\infty[$$

- ou x_0 = paramètre d'origine = 0.0
- s = paramètre d'échelle = -0,539
- δ = paramètre de forme = 0.19

Les valeurs associées sont résumées dans le tableau suivant :

Période de retour	5	10	20	50	100	200
surcote (m)	1.15	1.31	1.49	1.77	2.04	2.43
Intervalle de confiance à 95 %	0.96	1.05	1.16	1.32	1.47	1.67
	1.67	2.05	2.49	3.22	3.99	5.13
Intervalle de confiance à 70 %	1.03	1.15	1.29	1.48	1.67	1.95
	1.35	1.59	1.86	2.29	2.72	3.33

Ainsi pour un ajustement selon une loi de Fréchet des surcotes de pleine mer (prédiction SHOM) avec un seuil de tempête défini à 0.5 m et une durée de tempête de 72h, la surcote de période de retour centennale à une valeur de 2,04 m avec un intervalle de confiance à

95% de - 0,57 m en borne inférieur et + 1,95 m en borne supérieur et de respectivement - 0,37 m et + 0,67 m pour un intervalle de confiance à 70%.

En faisant le même traitement sur un échantillon pour lequel la valeur de 1.81 serait traitée comme un horsain, on obtient le résultat suivant :

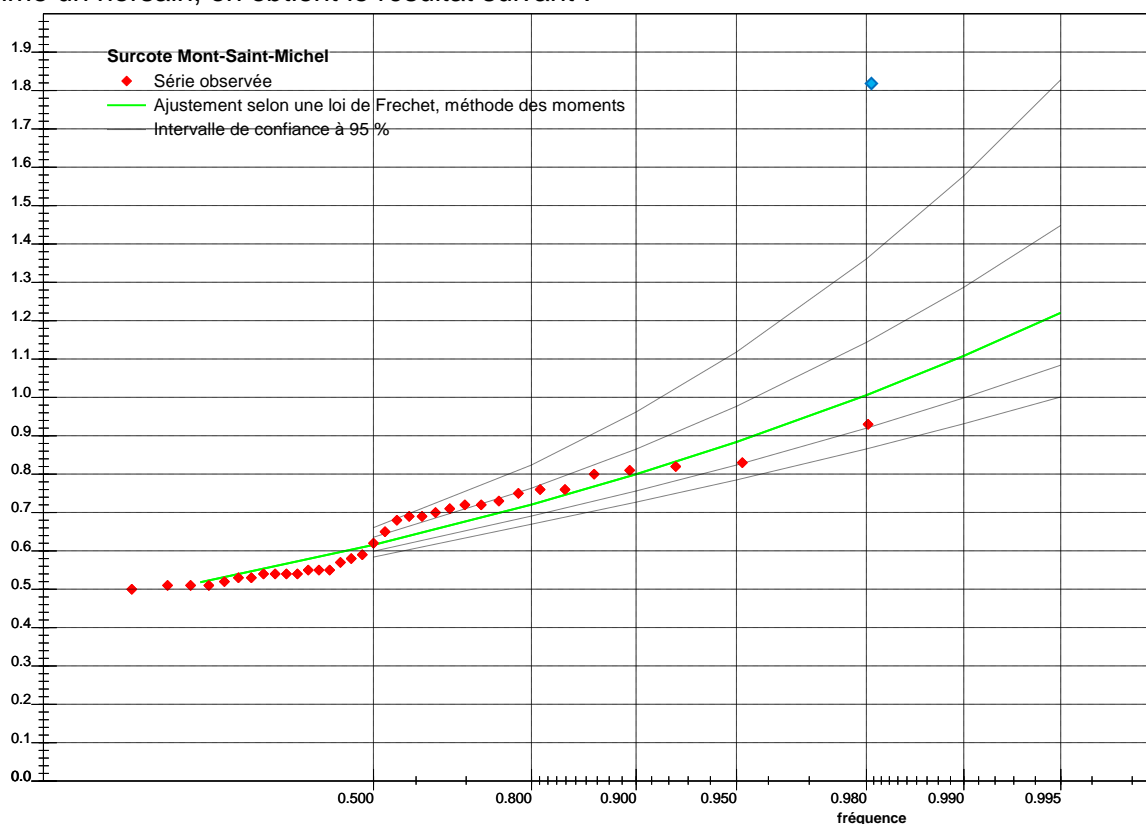


Figure 7 : Courbe d'ajustement selon une loi de Frechet des surcotes de pleine mer (prédiction SHOM) avec un seuil de tempête défini à 0.5 m et une durée de tempête de 72h et en traitant la valeur de 1,81 comme un horsain (point bleu)

La loi de Fréchet s'écrit alors :

$$F(x) = e^{-e^{-u}} \text{ avec } u = \frac{\log(x-x_0)-s}{\delta} \text{ et } x \in] x_0, +\infty[$$

- ou x_0 = paramètre d'origine = 0.0
- s = paramètre d'échelle = -0,536
- δ = paramètre de forme = 0.14

Les valeurs associées sont résumées dans le tableau suivant :

Période de retour	5	10	20	50	100	200
surcote (m)	0.95	1.04	1.15	1.30	1.44	1.62
Intervalle de confiance à 95 %	0.83	0.89	0.95	1.04	1.13	1.23
	1.24	1.44	1.66	2.00	2.34	2.80
Intervalle de confiance à 70 %	0.87	0.95	1.03	1.14	1.24	1.38
	1.07	1.20	1.34	1.56	1.76	2.04

Ainsi pour un ajustement selon une loi de Frechet des surcotes de pleine mer (prédiction SHOM) avec un seuil de tempête défini à 0.5 m et une durée de tempête de 72h, la surcote de période de retour centennale à une valeur de 1,44 m avec un intervalle de confiance à

95% de - 0,31 m en borne inférieur et + 0,90 m en borne supérieur et de respectivement - 0,19 m et + 0,32 m pour un intervalle de confiance à 70%.

1.3 CONVOLUTION SURCOTE/MAREE

A partir de la densité de probabilité des hauteurs de marée de pleine mer et de la fonction de répartition des surcote de pleine mer, on utilise la méthode dite de « convolution » pour obtenir la période de retour d'un niveau centennal.

On s'intéresse aux seuls événements de tempêtes correspondant à un pic de surcote et pour lesquels le niveau de 5.5m IGN69 est dépassé.

La probabilité de dépasser un niveau d'eau donnée est égale à la somme des probabilités de dépasser ce même niveau d'eau avec des couples différents de hauteurs de marée de pleine mer et surcote de pleine mer. Cette probabilité s'écrit en utilisant la méthode de convolution à partir de la fonction de répartition des surcote de pleine mer et la densité de probabilité des hauteurs de marée de pleine mer :

$$Pr(Z > z_0 | z_0 > n_0) = \sum_i Pr(U = u_i) \cdot Pr(S > s | s = z_0 - u_i \& s + u_i > n_0)$$

avec z_0 : niveau d'eau
s : surcote
u : marée
 n_0 : niveau d'eau minimum de mesure
 s_0 : seuil de tempête
F(.) : loi d'ajustement

Les surcotes étant caractérisées seulement au-dessus du seuil de tempête s_0 , la convolution ne peut pas reproduire les niveaux inférieurs à $u_{\max} + s_0$ soit respectivement $0,5 + 8,03 = 8,53$ m avec la marée prédite par le SHOM.

Les intervalles de confiance donnés ici pour information sont ceux estimés pour le niveau des plus hautes mers sur la période de Saros auxquels ont été retranchés/ajoutés 20 cm correspondant aux incertitudes sur la marée et les surcotes qui en ont été déduites.

Ainsi, par exemple, le niveau 8,53 m peut être atteint par les combinaisons surcote + marée (SHOM) suivantes :

- 0,50 + 8,03 : T = 1998 ans
- 0,52 + 8,01 : T = 1056 ans
- 0,54 + 7,99 : T = 2295 ans
- 0,64 + 7,96 : T = 2721 ans
- ...

La période de retour résultante est alors de 90 ans

En se basant sur la seule partie paramétrique de la loi de probabilité des surcotes, on obtient les tableaux suivants :

Période de retour	90	100	150	200	300
Niveau extrême	8.53	8.55	8.60	8.64	8.69
Intervalle de confiance à 95 %	8.29	8.31	8.36	8.40	8.45
	8.77	8.79	8.84	8.90	8.96
Intervalle de confiance à 70 %	8.31	8.33	8.38	8.42	8.47
	8.75	8.77	8.82	8.87	8.92

Rappelons que le nombre de données disponibles est assez faible (5.25 années de mesures), sur lesquels on ne retient que les marées dont le niveau est supérieur à 5,5m IGN réduisant encore l'échantillon d'un tiers, ce qui rend au final l'ajustement statistique très peu fiable pour des extrapolations à 100 ans.

ANNEXE 2

PRESENTATION D'HYDRARIV

L'étude de submersion marine du marais de Dol a été réalisée à l'aide du logiciel HYDRARIV, le logiciel général de simulation dynamique des écoulements dans les cours d'eau et les vallées inondables développé depuis 30 ans par hydratec et commercialisé depuis 2005 - cf. site internet www.hydratec-software.com.

Le code de calcul est le code Hydra décrivant les écoulements en régime transitoire en résolvant les équations de Barré de St-Venant.

2.1 PRESENTATION GENERALE

2.1.1 Présentation générale

HYDRARIV est un progiciel de modélisation hydrologique et hydraulique des espaces fluviaux entièrement développé par hydratec. Il est conçu pour intégrer dans un même modèle des schémas de représentation contrastés, tels que la schématisation filaire, les casiers et les maillages bi dimensionnels. Cette souplesse permet d'adapter au mieux la modélisation à la spécificité des configurations rencontrées dans le domaine fluvial et aux objectifs de modélisation poursuivis.

HYDRARIV permet de produire les cartes d'aléa hauteur vitesse et d'analyser à l'échelle de la maille de calcul les dommages liés aux submersions.

HYDRARIV est une application totalement autonome, gérant tout à la fois la génération et l'édition des modèles via une interface graphique dédiée, le pilotage des calculs et l'exploitation des résultats. Elle est organisée autour d'un module de pilotage développé en VB6 et d'une base de données spécifique, interne à l'application : aucune licence externe n'est requise.

Le noyau de calcul est constitué par le logiciel HYDRA, développé et exploité par Hydratec depuis plus de 20 ans. Ce noyau développé en Fortran englobe des algorithmes généraux intéressant les écoulements superficiels, il est utilisé dans plusieurs domaines d'intervention, dont l'hydraulique fluviale. La chaîne de simulation HYDRA est totalement transparente à l'utilisateur car elle est pilotée par l'interface d'HYDRARIV.

Les concepts de modélisation manipulés par HYDRARIV présentent un haut niveau d'intégration avec pour avantages :

- L'ergonomie : la description d'un domaine fluvial est basée sur des schémas de modélisation diversifiés accordant une grande latitude de choix au modélisateur selon sa compréhension du fonctionnement hydraulique du système modélisé. Par ailleurs HYDRARIV est conçu pour fonctionner dans un environnement WINDOWS. Il respecte les « guides de style Windows », ainsi que les règles d'ergonomie des environnements Windows.
- La fiabilité et la robustesse : la génération d'un modèle hydraulique subit de nombreux contrôles de cohérence des données et active automatiquement les options de calcul les plus appropriées aux caractéristiques du modèle défini par l'utilisateur,
- La performance : l'organisation interne des entités de modélisation est entièrement prise en charge par des programmes de génération spécifiques. Ceux-ci sont conçus pour optimiser la taille des systèmes matriciels et donc minimiser les temps de calcul.

HYDRARIV ne dispose pas de fonctions SIG proprement dite, ces fonctions sont assurées par un logiciel d'accompagnement : HYDRAMAP, pour toutes les tâches mettant en œuvre un Modèle Numérique de Terrain en prétraitement ou post traitement. HYDRAMAP est un module applicatif de MAPINFO et fonctionne donc dans l'environnement de ce dernier. Il agit comme pré processeur d'HYDRARIV pour générer en lot certaines entités de modélisation comme le maillage et les liaisons internes d'un sous domaine bi dimensionnel et donc

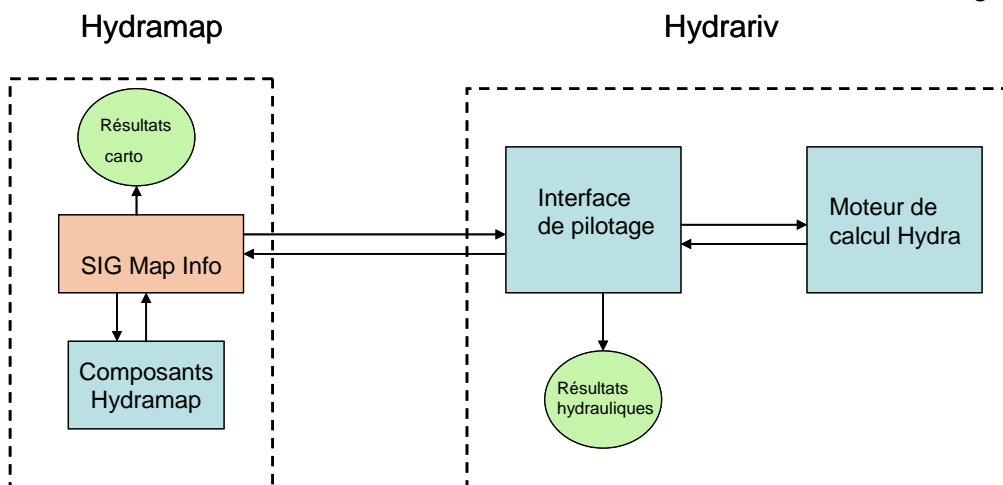
faciliter le renseignement de ces objets. Le lien entre ces deux applicatifs est assuré par des procédures d'importations et d'exportations gérées par HYDRARIV.

Cette distinction entre HYDRAMAP et HYDRARIV est voulue : elle assure une optimisation des traitements en valorisant au mieux les fonctionnalités de chaque environnement de travail selon l'étape de modélisation.

Toutes les informations complémentaires sur le logiciel HYDRARIV sont accessibles sur le site internet : <http://www.hydratec-software.com/>

2.1.2 Architecture du logiciel

HYDRARIV est articulé autour des blocs fonctionnels schématisés sur la figure ci-dessous.



Le logiciel HYDRARIV proprement dit comprend une interface de pilotage graphique et un moteur de calcul composé de la chaîne de simulation Hydra.

L'interface remplit les fonctions principales suivantes :

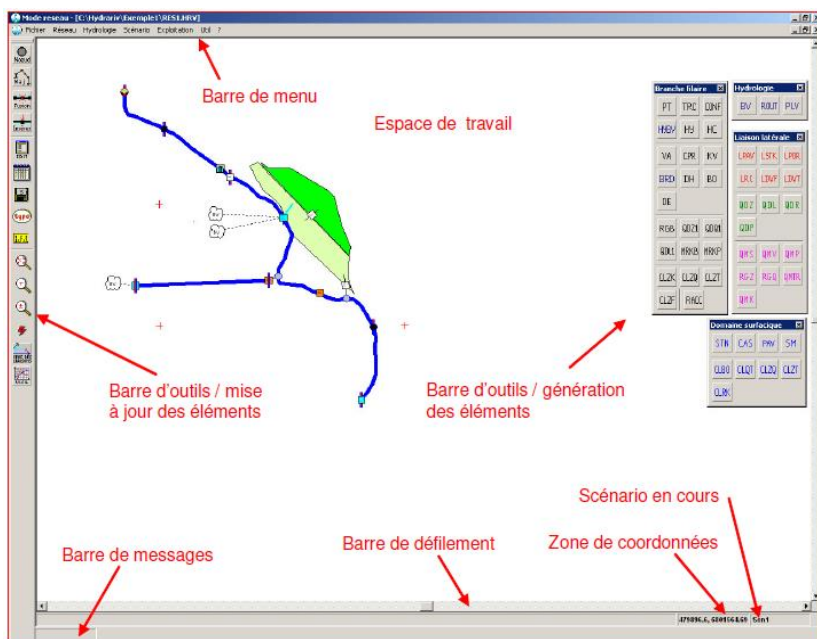
- importation de données externes générées par d'autres applicatifs tels que les SIG,
- génération, éditions des entités de modélisation,
- paramétrage des scénarios,
- pilotage et contrôle des calculs de simulation. Ces derniers sont réalisés en sous tâche par la chaîne de simulation Hydra et sont totalement transparents pour l'utilisation,
- Exploitation des résultats hydrauliques à partir des fichiers de résultats bruts produits par Hydra : courbes $x(t)$, profils en long, cartes bi dimensionnelles d'écoulement,
- Conditionnement et exportation de fichiers résultats au format MIF/MID en vue d'un post-traitement cartographique par un SIG, couplé à un M.N.T.

L'interface se présente comme indiqué sur la figure ci-après. Elle se compose :

- D'une barre de menus contenant toutes les fonctionnalités disponibles d'HYDRARIV,
- D'une barre d'outils contenant des icônes pour l'activation de certaines tâches,
- D'une barre d'outils pour la création des éléments constitutifs du réseau,
- D'une (ou plusieurs) fenêtre(s) contenant chacune l'espace de travail d'un fichier réseau (.HRV)

L'espace de travail contient le schéma du réseau. Il ne se limite pas aux dimensions de la fenêtre et l'utilisateur peut se déplacer sur le réseau à l'aide des barres de défilement en bas et à droite de la fenêtre. Dans chaque fenêtre apparaissent :

- Une barre de message,
- Une zone indiquant les coordonnées de la position du curseur (si le réseau est calé dans un repère donné),
- Une zone indiquant le scénario actif.



Interface d'HydraRiv

L'interface permet le calage d'un fond de plan raster (cartes, orthophotoplans, ...). L'application Hydramap n'est pas strictement nécessaire pour construire un modèle, HYDRARIV possédant toutes les fonctionnalités nécessaires. Elle est cependant très utile pour certaines modélisations nourries par des semis de points et pour lesquels la définition des paramètres géométriques requiert des traitements de masse de données topographiques.

Hydramap est formé par la juxtaposition de deux applicatifs :

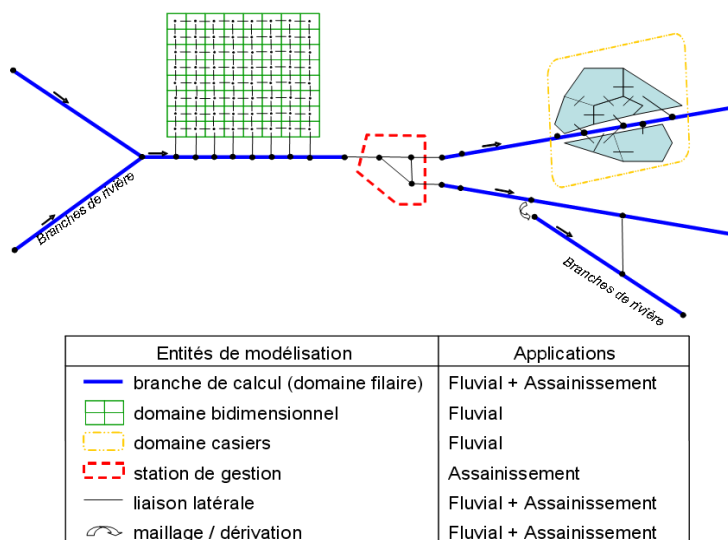
- le SIG Map Info,
- une bibliothèque de composants dédiés à l'application HYDRARIV, permettant de transformer des données topo brutes en entités de modélisation, telles qu'un maillage bi dimensionnel, la génération de liaisons par lots, le calcul de courbes de remplissage cote-surface dans les casiers etc ...

Les tables créées sous Hydramap sont ensuite exportées vers HYDRARIV pour venir enrichir un modèle existant, ou même de créer l'ossature d'un modèle qui est ensuite affiné et enrichi à l'aide des fonctionnalités disponibles dans HYDRARIV.

2.1.3 Flexibilité d'utilisation

La connexion des différents domaines de modélisation (filaire, casier, bi dimensionnel et station de gestion) est assurée par les liaisons latérales, de natures différentes selon la topographie ou le type d'ouvrage. Cette conception offre la **possibilité d'étendre ou d'affiner localement le schéma de modélisation d'un modèle existant.**

Les figures ci-contre illustrent les différents domaines pouvant co-exister dans un même sous modèle.



Entités de modélisation présentes dans le modèle hydraulique

Le module de « **complexe de réseaux** » présenté précédemment permet une grande flexibilité dans les phases de construction et d'exploitation des modèles.

Hydrariv dispose d'une fonctionnalité dite de « **Configurations** » qui permet de générer et de tracer des scénarios impliquant des modifications de paramètres géométriques, topographiques et hydrauliques attachées aux objets de modélisation d'un modèle hydraulique donné : coefficients de frottements, cotes de digues, sections de lit mineur, ouverture d'ouvrages hydrauliques, ...

Hydrariv dispose également d'un module de **gestion de contrôle et de régulation des ouvrages** hydrauliques. Les ouvrages hydrauliques ponctuels modélisés dans Hydrariv sont paramétrés par défaut dans l'interface de façon à fonctionner en mode local : la plupart des actionneurs sont fixes, d'autres sont mobiles et régulés par rapport à une consigne de déplacement, de niveau ou de débit. L'état des variables géométriques et les consignes de gestion de l'ensemble de ces ouvrages peuvent également être pilotées par un fichier externe contenant un script de programmation plus ou moins complexe totalement interactif avec les algorithmes de calcul hydrauliques du noyau de calcul d'Hydrariv. Cette possibilité permet de prendre en compte des systèmes d'asservissement complexes, faisant intervenir tout un ensemble de paramètres d'état du système et d'actionneurs, pour lesquels la régulation locale n'est plus adaptée.

Ces caractéristiques d'Hydrariv offrent à l'utilisateur une très forte souplesse pour faire évoluer un modèle donné :

- Extension par ajout d'éléments complémentaires,
- Intégration d'aménagements hydrauliques tels que des protections rapprochées, le recalibrage d'un cours d'eau, l'abaissement ou la rehausse de cotes de digues, ... et quantification des incidences engendrées,
- Modification des règles de gestion d'ouvrages asservis (modification de la cote de régulation d'un barrage en fonction de la saison par exemple).

La conception d'Hydrariv assure par ailleurs une totale traçabilité des différentes simulations menées.

2.1.4 Découpage en sous-modèles

Le logiciel HYDRARIV permet de construire des sous modèles séparés et de les raccorder pour la phase de calcul ; les sous modèles n'en constituent alors plus qu'un seul pour la simulation des différents scénarios et la production des cartographies associées.

Ces possibilités sont exploitées pour l'élaboration de modèles complexes nécessitant une sous structuration par cours d'eau et/ou le travail de plusieurs équipes en parallèle ; elles ont notamment été mises en œuvre pour les modèles de la Maine et de ses affluents, de l'Oise et de l'Aisne, de la Seine, de la Saône, de la Charente ...

Ce module de « complexe de réseaux » présente en outre le grand avantage d'alléger considérablement l'exploitation du modèle global et de ne s'intéresser si on le souhaite qu'à un sous-système hydraulique donné.

2.2 LE MODULE HYDRAULIQUE

Hydrariv propose différents domaines de modélisation, interconnectés entre eux par le biais de liaisons hydrauliques spécifiques.

On présente ici les différents modes de représentations proposés par le logiciel.

Les formulations mises en œuvre sont présentées en annexe 2.

2.2.1 Le domaine filaire (ou multifilaire selon les cas)

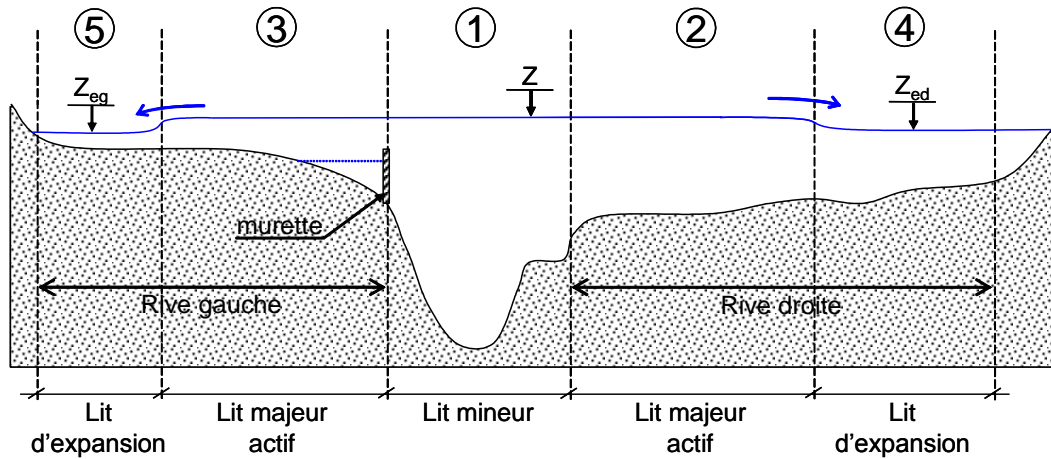
La schématisation filaire repose sur la résolution des équations de Barré de Saint Venant à lits composés, avec des lois de partage entre les différents lits qui sont conçues pour reproduire au mieux les cotes d'eau dans le lit mineur, les temps de propagation et la déformation des ondes de crues influencées par l'action de laminage joué par le lit majeur. A chaque nœud de calcul sont associées plusieurs variables : la cote d'eau dans la section composée et les débits longitudinaux dans chaque lit. Outre les équations des tronçons de vallée HYDRARIV propose un large choix de singularités spécialement adaptés aux types d'ouvrages et d'obstacles rencontrés dans les vallées fluviales.

Le domaine filaire modélise l'écoulement le long d'un bief de rivière ou de vallée inondable, caractérisé par une direction privilégiée d'écoulement le long de son axe longitudinal. Le bief de vallée, dénommé « branche », est composé d'une succession de tronçons de rivière entrecoupés de singularités hydrauliques formant obstacle à l'écoulement.

Le domaine filaire modélisé par Hydrariv se présente comme une juxtaposition de sous-réseaux arborescents. Un sous-réseau consiste en un assemblage de branches de calcul connectées les unes aux autres par des confluences ou des liaisons latérales. A chaque branche est associé un système de repérage curviligne kilométrique qui lui est propre, avec des PK croissants de l'amont vers l'aval de la branche. Une branche est jalonnée d'une succession ordonnée de modules hydrauliques. Chaque module est délimité par un PK amont et un PK aval. On distingue :

- **Les tronçons élémentaires de rivière ou de vallée** régis par les équations de Barré de St Venant ; les équations distinguent pour chaque section de vallée 7 zones d'écoulements contrastés dans la direction transversale (voir figure ci-après) :
 - le lit moyen où coule l'eau en l'absence de débordement,
 - le lit majeur actif, c'est-à-dire la fraction de la plaine inondable qui participe à l'écoulement longitudinal en vallée après débordement, en distinguant la rive gauche et la rive droite,

- le lit d'expansion qui simule les poches de stockage et d'accumulation dans le lit majeur.



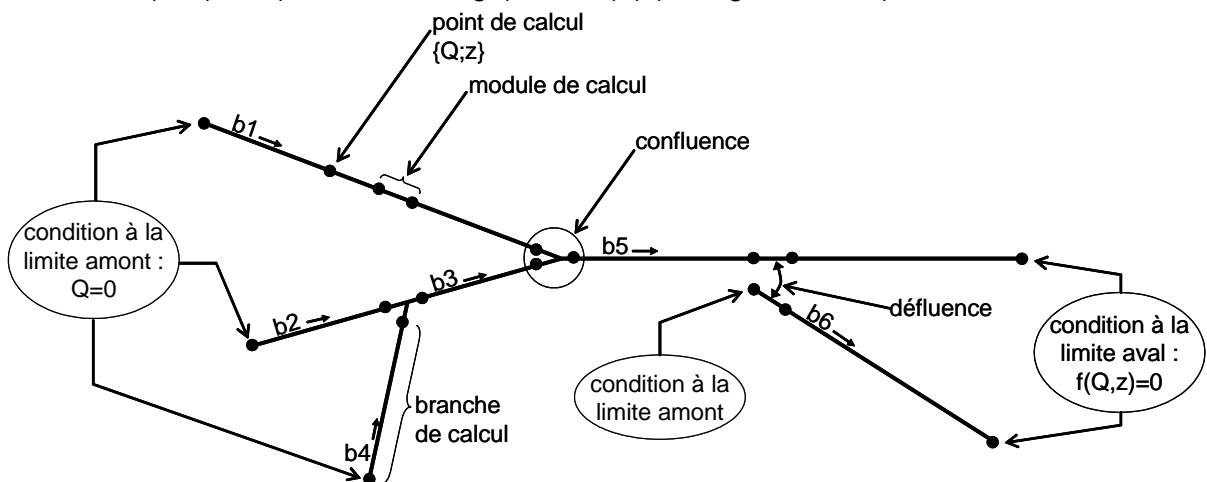
Schématisation de la vallée : coupe transversale

L'hydraulicien synthétise les profils en travers levés par le géomètre. Il interpole des profils supplémentaires pour rester fidèle à la géométrie du lit du fleuve.

- Les **singularités hydrauliques** ; sont classés dans cette catégorie tous les ouvrages hydrauliques apportant une modification à l'écoulement le long d'un tronçon de rivière, et plus généralement, le long d'une branche 1D. Par extension une singularité est définie dans Hydrariv comme toute loi d'écoulement régie par des équations autres que celles du tronçon de vallée. Une singularité peut :
 - se caractériser par une discontinuité de débit (hydrogramme d'apport ou dérivation), ou de cote piézométrique, ou les deux à la fois,
 - être de type passif (ouvrage statique) ou actif (organe réglable).

Chaque branche est constituée en définitive d'une succession de points de calculs. A chaque point sont calculés une cote Z et un débit longitudinal Q le long de la branche. Ce débit est positif lorsque le courant s'écoule de l'amont vers l'aval de la branche, c'est-à-dire dans le sens croissant des PK. Il est négatif dans le cas contraire.

Les conditions à la limite aval sont définies au nœud aval par une relation généralement de la forme : $f(Q,Z) = 0$ (courbe de tarage) ou $Z=f(T)$ (marégramme, ...).



Schématisation d'un domaine filaire maillé

2.2.2 Le domaine casier

Il s'agit d'une zone d'accumulation dans le lit majeur avec faible vitesse moyenne, où les transferts de débit sont conditionnés par des lois d'échange aux frontières.

Le domaine casier remplace le lit majeur du domaine filaire lorsque les écoulements y sont faibles. Il s'agit surtout de zones de stockage.

Le domaine casier est donc notamment adapté dans les cas suivants :

- plan d'eau endigué,
- lit majeur derrière remblai,
- îlot d'habitation dense en centre-ville...

Les casiers sont définis par une loi de remplissage surface en fonction de la cote altimétrique.

Cette information est issue de traitements cartographiques à partir de **semis de points**.

2.2.3 Le domaine bidimensionnel (2D)

Le domaine 2D comprend une collection de mailles quadrangulaires ou triangulaires, appelées pavés. Chaque pavé est converti en interne en un nœud de calcul caractérisé par :

- une cote d'eau Z ,
- les composantes u_x et u_y de la vitesse d'écoulement,
- une capacité de stockage décrite par une cote moyenne de fond Z_f et une surface S .

La modélisation bidimensionnelle repose sur la résolution des équations de Barré de Saint Venant à deux dimensions à l'aide d'une méthode de volumes finis : les inconnues sont la cote d'eau et la composante de la vitesse dans chaque direction, calculées au centroïde de la maille.

Le maillage s'appuie notamment sur des limites physiques contraignant les écoulements (digues, remblais, ...), la taille des mailles étant définie par le modélisateur en fonction des de la précision attendue et de la morphologie de la vallée.

Les singularités ponctuelles au droit des franchissements routiers ou ferrés sont schématisées par des liaisons spécifiques reliant les mailles amont et aval :

- des lois d'orifice pour les buses et les ponceaux de décharge,
- des lois de seuil pour les routes, chemins, digues, murets, ... submersibles.

2.2.4 Prise en compte des singularités

HydraRiv dispose d'un panel de singularités hydrauliques ponctuelles permettant de **schématiser** ces différentes situations. Des singularités ou liaisons binodales sont également disponibles, afin de tenir compte des échanges de débits entre deux points différents d'un bief par exemple (ou entre deux biefs, ou un bief et un casier).

Les ponts sont modélisés par une perte de charge prenant en compte la taille et l'emplacement des culées et des éventuelles piles du pont.

2.2.5 Les liaisons latérales

Les liaisons latérales symbolisent des relations de transfert de débit entre des nœuds de calcul attachés aux éléments des différents domaines. Elles concernent :

- les relations entre objets appartenant au même domaine (domaine 2D par exemple),
- les relations entre objets de deux domaines distincts : par exemple entre les nœuds d'une branche filaire et les pavés adjacents d'un domaine 2D

L'équation associée à chaque liaison est de la forme :

$f(Q_L, Z_1, Z_2)$ où Q_L est le débit d'échange entre les nœuds 1 et 2,

- Z_1 et Z_2 sont les cotes d'eau aux nœuds 1 et 2 respectivement,
- f est une fonction spécifique à la nature hydraulique de la liaison : frottement, seuil, orifice, poreuse, ...

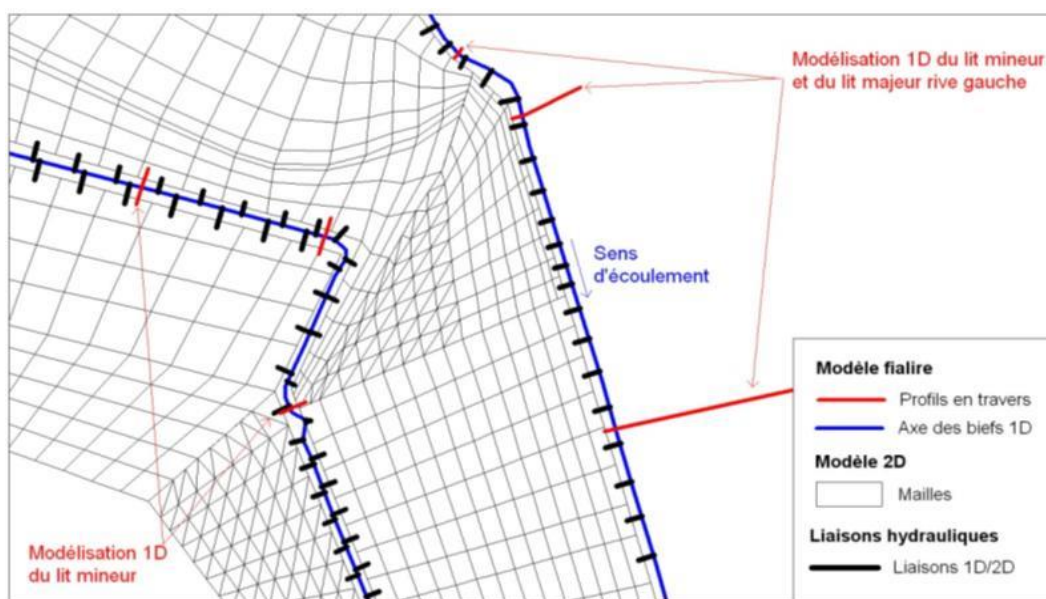
Dans le cas d'une liaison uninodale, la relation est de la forme : $g(Q_L, Z_1) = 0$. La liaison s'apparente alors à une condition à la limite appliquée au nœud 1.

2.2.6 Couplage 1D-2D

Hydrariv propose deux fonctionnalités de couplage des domaines 1D et 2D, basées sur la création de liaisons latérales entre les éléments de ces deux domaines. Les berges de chaque lit de cours d'eau sont connectées au domaine bidimensionnel par l'intermédiaire de liaisons spécifiques apparentées à des déversoirs, la cote et la largeur de chacune étant fonction du profil de la berge.

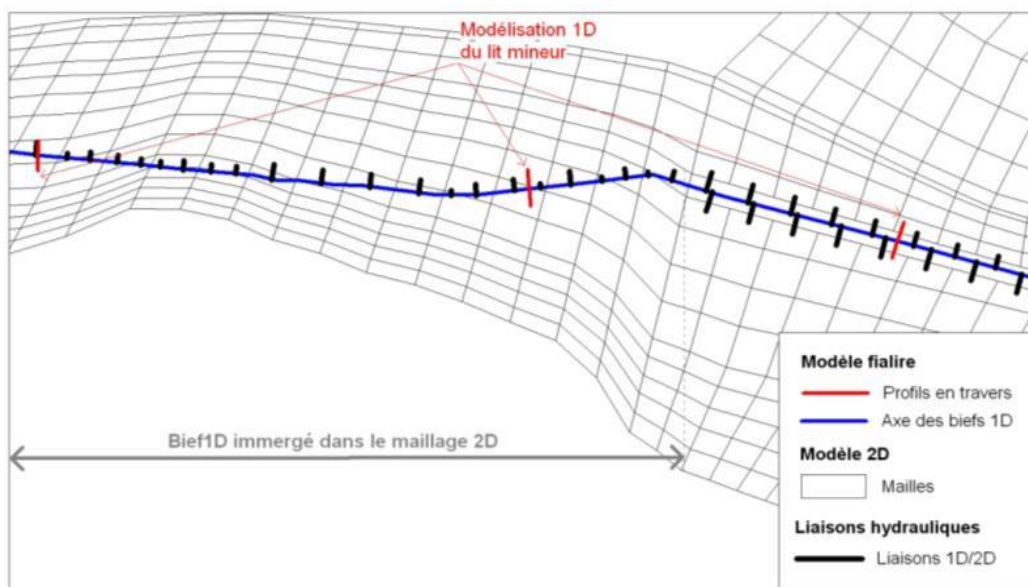
Maillage 2D appuyé sur les limites du domaine 1D

Les liaisons latérales schématisent les capacités de débordement du bief 1D vers le maillage 2D à partir des caractéristiques géométriques de la berge considérée (altimétrie), de la géométrie de chacune des mailles (largeur de contact avec la berge) et de l'occupation du sol (frottement).



Bief 1D immergé dans le maillage 2D

Le bief 1D intègre uniquement le lit mineur du cours d'eau concerné, et ne constitue pas une limite au maillage 2D ; les caractéristiques géométriques des liaisons du bief 1D vers les mailles 2D sont simplifiées : une liaison vers chaque maille traversée, celle-ci englobant la largeur de débordement des rives gauche et droite.



Cette représentation simplifiée est mise en œuvre lorsque la capacité du cours d'eau est faible et lorsque ses berges ne constituent pas un obstacle à l'écoulement des eaux en lit majeur (absence de digues) ; elle permet d'intégrer simplement à un maillage global du lit majeur la présence de petits cours d'eau ou fossés dont le rôle peut être important dans la dynamique d'écoulement des débordements du cours d'eau principal et le ressuyage du lit majeur. L'intégration d'un cours d'eau par cette schématisation dans un modèle existant est très simple puisqu'elle ne nécessite pas de reprendre le maillage. De même, l'étude relative à une restauration de cours d'eau secondaire, la suppression ou l'ajout de fossés en lit majeur se fait par simple modification des caractéristiques des éléments 1D existants (section des profils, rugosité, ...) ou ajout de nouveaux éléments 1D venant se superposer au maillage du lit majeur existant.

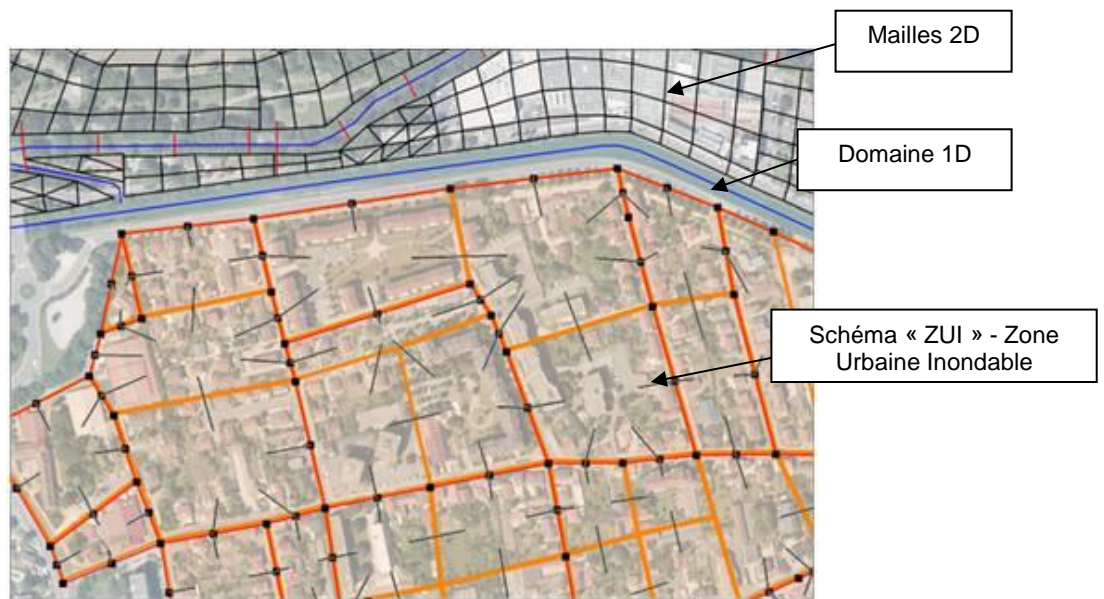
Cette représentation est aussi très utile dans le cas de réseaux souterrains couplés avec des écoulements de surface. Les débordements potentiels des réseaux sont représentés par des liaisons entre les biefs filaires souterrains et les mailles de surface, au droit des regards.

2.2.7 Le domaine Zone Urbaine Inondable (ZUI)

Le domaine des zones urbaines inondables, ou ZUI, est conçu spécifiquement pour la simulation des inondations en milieu urbain, permettant de représenter plus finement la propagation des écoulements à travers les rues et les îlots en tenant compte des effets d'obstacles (bâti), grâce à une triangulation adéquate : il implique de disposer d'une topographie détaillée des secteurs concernés, telle qu'un LIDAR.

Les zones urbanisées sont découpées sur la base d'objets « îlots », régis comme des casiers de stockage, et d'objets « rues », vecteurs privilégiés de la propagation des écoulements. Si l'on dispose d'une couche cadastrale représentant le bâti, les îlots peuvent être modélisés plus finement par une triangulation s'appuyant sur les centroïdes des bâtiments, ce qui permet de restituer les chemins privilégiés d'écoulements entre les bâtiments et donc à la fois les vitesses d'écoulement entre bâtiments et l'impact d'obstacles individualisés sur la propagation de l'onde de crue.

Ce mode de représentation est une alternative très avantageuse à la représentation 2D classique, en termes de souplesse d'exploitation des modèles. Elle a été développée spécifiquement pour la simulation des écoulements des zones urbanisées et est appliquée de façon opérationnelle sur les études PPRI ou PAPI.



2.3 MODULE HYDRAULIQUE : FORMULATIONS MISES EN OEUVRE

2.3.1 *Tronçon de vallée en représentation filaire*

La schématisation **filare** repose sur la résolution des équations de Barré de Saint Venant à lits composés, avec des lois de partage entre les différents lits qui sont conçues pour reproduire au mieux les cotes d'eau dans le lit mineur, les temps de propagation et la déformation des ondes de crues influencées par l'action de laminage joué par le lit majeur. A chaque nœud de calcul sont associés plusieurs variables : la cote d'eau dans la section composée et les débits longitudinaux dans chaque lit. Outre les équations des tronçons de vallée HYDRARIV propose un large choix de singularités spécialement adaptés aux types d'ouvrages et d'obstacles rencontrés dans les vallées fluviales.

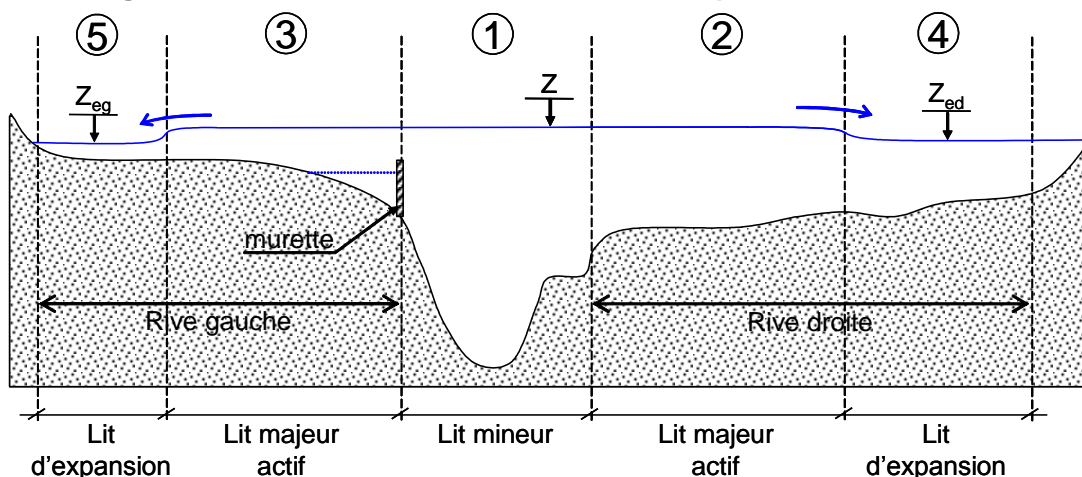
Formulation de base

La représentation filaire d'un tronçon de vallée convient lorsque l'écoulement s'organise préférentiellement le long d'une direction privilégiée, orientée le long de l'axe longitudinal de la vallée, à l'échelle spatiale du problème considéré. Le bief de vallée est composé d'une succession de tronçons de rivières entrecoupés de singularités hydrauliques formant obstacle à l'écoulement dans le sens longitudinal.

Le module de calcul de base s'applique à un tronçon élémentaire de vallée avec 5 zones d'écoulements contrastés dans la direction transversale (voir figure ci-dessous) :

- le lit mineur où coule l'eau en l'absence de débordement et auquel sont appliquées les équations de St Venant (zone 1),
- le lit majeur actif, c'est-à-dire la fraction de la plaine inondable qui participe à l'écoulement longitudinal en vallée après débordement, en distinguant la rive gauche et la rive droite (zones 2 et 3),
- le lit d'expansion qui simule les poches de stockage et d'accumulation dans le lit majeur (zones 4 et 5).

Figure 2.1 : schématisation de la vallée : coupe transversale



Equations du modèle filaire : tronçon de vallée

Equations généralisées de Barré de Saint Venant : formulation de base

Continuité (lits mineur + majeur actif) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(S_m + \frac{S_M}{s} \right) + \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{(q_{eg} + q_{ed})}{s} + q_a$$

Quantité de mouvement (lits mineur + majeur actif) :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \frac{Q^2}{S_m + S_M} \right) + g(S_m + S_M) \left[\frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{Q|Q|}{D^2} \right] = 0$$

Continuité (lits d'expansion) :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} (S_{eg}) = -\frac{q_{eg}}{s} \\ \frac{\partial}{\partial t} (S_{ed}) = -\frac{q_{ed}}{s} \end{cases}$$

t : temps

x : abscisse curviligne le long du lit mineur

s : coefficient de sinuosité

Q : débit total le long du lit mineur + lit majeur actif

q_a : débit d'apport latéral réparti par mètre linéaire

q_{eg}, q_{ed} : débits d'échange latéral entre lits majeurs et lits d'expansions :

$$\begin{cases} q_e = -\mu_1 \sqrt{2g} (Z - Z_e)^{3/2} & \text{si } Z > Z_e \\ q_e = +\mu_2 \sqrt{2g} (Z_e - Z)^{3/2} & \text{si } Z < Z_e \end{cases}$$

avec μ_1, μ_2 : coefficients d'échanges en phase de crue et en phase de décrue respectivement

Z : cote d'eau le long du lit mineur

S_m : surface de la section mouillée du lit mineur

S_M : surface de la section mouillée du lit majeur actif (rive droite + rive gauche)

S_{eg}, S_{ed} : surfaces des sections mouillées du lit d'expansion en rive gauche et en rive droite

$$D : \text{débitance} = A S_m K_m R_m^{2/3} + \sqrt{s} \left[1 + \frac{S_m}{S_M} (1 - A^2) \right] \cdot S_M K_M R_M^{2/3}$$

avec • K_m et K_M : coefficients de Strickler des lits mineur et majeurs actifs

• R_m et R_M : rayons hydrauliques des lits mineur et majeurs actifs

• A : coefficient de Debord = $0,9 \left(\frac{K_m}{K_M} \right)^{0,1666}$

β : coefficient d'échange de quantité de mouvement entre lits mineur et majeur :

$$\beta = \left(\frac{1}{S_M} + \frac{\eta^2}{S_m} \right) \left(\frac{S_m + S_M}{1 + \eta^2} \right) \text{ avec } \eta = \frac{Q_m}{Q_M} = \frac{A S_m K_m R_m^{2/3}}{S_M K_M R_M^{2/3} \cdot \sqrt{s} \left[1 + \frac{S_m}{S_M} (1 - A^2) \right]}$$

Les équations intégrées de Barré de St Venant sur une section transversale sont exprimées ci-avant.

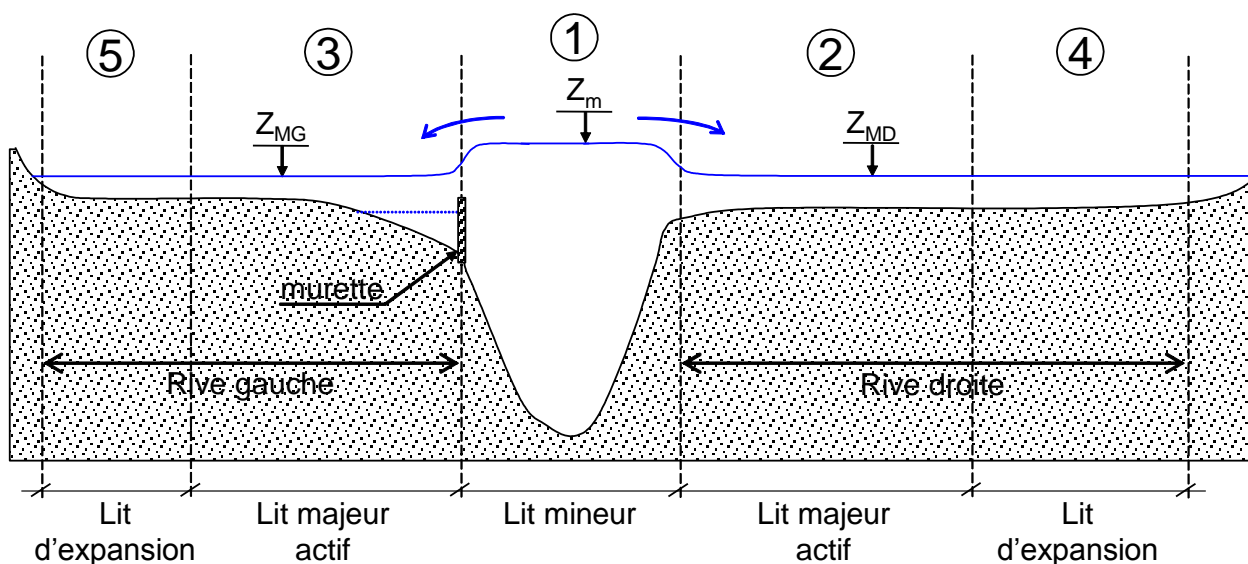
Quelques remarques :

- la longueur de cheminement moyen le long du lit mineur est généralement supérieure à celle le long du lit majeur en raison de la sinuosité du cours d'eau : ceci se traduit par la présence dans les équations du coefficient de sinuosité s .
- le lit majeur ne se remplit pas instantanément au droit d'une zone de débordement : ceci se traduit par un décalage entre les niveaux d'eau Z et Z_e approximé par une loi d'échange de type déversoir et des coefficients d'échange qui diffèrent généralement en phase de remplissage et en phase de ressuyage.
- La débitance totale fait intervenir un coefficient A résultant de l'hypothèse « Debord » : des essais au LNH ont en effet montré que la différence de vitesse d'écoulement entre le lit mineur et le lit majeur actif crée un frottement supplémentaire par cisaillement. Le coefficient A a été calé expérimentalement par des essais en laboratoire.

Formulation variante

Une formulation alternative disponible dans HYDRA consiste à supposer un décrochement de ligne d'eau entre le lit mineur et le lit majeur et non entre le lit majeur actif et le lit d'expansion.

Figure 2.2 : schématisation de la vallée formulation variante : coupe transversale



Les équations intégrées de Barré de St Venant sur une section transversale sont exprimées ci-après :

Equations du modèle filaire : tronçon de vallée

Equations généralisées de Barré de Saint Venant : formulation variante

Continuité (lit mineur) :

$$\frac{\partial}{\partial t}(S_m) + \frac{\partial Q_m}{\partial x} = \frac{(q_g + q_d)}{s} + q_a$$

Quantité de mouvement (lits mineur + majeur actif) :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \frac{Q^2}{S_m + S_M} \right) + g(S_m + S_M) \left[\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{Q|Q|}{D^2} \right] = 0$$

Continuité (lits majeur actif + expansion) :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(S_{eg} + S_{Mg}) = -\frac{q_g}{s} \\ \frac{\partial}{\partial t}(S_{ed} + S_{Md}) = -\frac{q_d}{s} \end{cases}$$

t : temps

x : abscisse curviligne le long du lit mineur

s : coefficient de sinuosité

Q : débit total le long du lit mineur + lit majeur actif

q_a : débit d'apport latéral réparti par mètre linéaire

q_g, q_d : débits d'échange latéral entre lits majeurs et lit mineur :

$$\begin{cases} q = -\mu_1 \sqrt{2g} (Z - Z_M)^{3/2} & \text{si } Z > Z_M \\ q = +\mu_2 \sqrt{2g} (Z_M - Z)^{3/2} & \text{si } Z < Z_M \end{cases}$$

avec μ_1, μ_2 : coefficients d'échanges en phase de montée de crue et en phase de décrue respectivement

Z : cote d'eau le long du lit mineur

Z_{Mg}, Z_{Md} : cotes d'eau du lit majeur

S_m : surface de la section mouillée du lit mineur

S_{Mg}, S_{Md} : surface de la section mouillée du lit majeur actif en rive gauche et en rive droite

S_M = S_{Mg} + S_{Md}

S_{eg}, S_{ed} : surfaces des sections mouillées du lit d'expansion en rive gauche et en rive droite

$$D : \text{débitance} = A S_m K_m R_m^{2/3} + \sqrt{s \left[1 + \frac{S_m}{S_M} (1 - A^2) \right]} S_M K_M R_M^{2/3}$$

avec • K_m et K_M : coefficients de Strickler des lits mineur et majeurs actifs

• R_m et R_M : rayons hydrauliques des lits mineur et majeurs actifs

• A : coefficient de Debord = $0,9 \left(\frac{K_m}{K_M} \right)^{0,1666}$

β : coefficient d'échange de quantité de mouvement entre lits mineur et majeur :

$$\beta = \left(\frac{1}{S_M} + \frac{\eta^2}{S_m} \right) \left(\frac{S_m + S_M}{1 + \eta^2} \right) \text{ avec } \eta = \frac{Q_m}{Q_M} = \frac{A S_m K_m R_m^{2/3}}{S_M K_M R_M^{2/3} \sqrt{s \left[1 + \frac{S_m}{S_M} (1 - A^2) \right]}}$$

Dans cette formulation modifiée, on fait l'hypothèse simplificatrice d'un même gradient hydraulique le long du lit mineur et de chaque lit majeur : cette simplification permet de garder la même structure que la formulation de base pour l'équation de quantité de mouvement ; la définition des termes D et β reste inchangée.

□ Comparaison des deux formulations

La formulation de base reste la plus classique mais elle présente un inconvénient : le coefficient μ d'échange entre lit majeur actif et lit d'expansion devrait en effet régler le déphasage entre la montée de la crue dans le lit mineur et le remplissage du lit majeur total et non pas seulement le lit d'expansion. La distorsion induite est faible lorsque le rapport

entre le lit majeur actif / lit d'expansion est petit, c'est-à-dire inférieur à 0,1 ou 0,2. Elle devient appréciable au-delà.

Dans la formulation variante, cet inconvénient disparaît : les deux paramètres de calage μ et λ peuvent être ajustés de façon indépendante : c'est pourquoi elle est désormais préférée à la formulation de base. Les deux options sont néanmoins disponibles dans HYDRA.

2.3.2 Tronçon de collecteur

Formulation de base

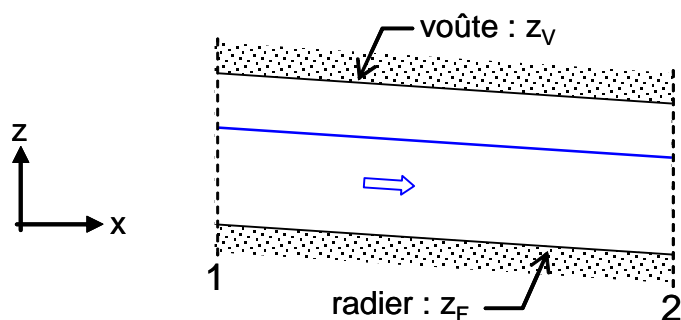
Les équations mises en œuvre pour le régime transitoire sont récapitulées :

Figure 3.2 : Écoulement dans un collecteur
Formulation de base

- DEFINITION

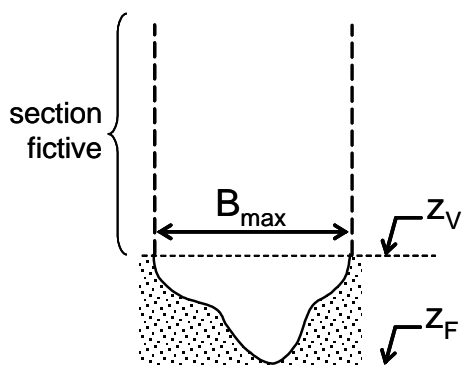
Écoulement dans un tronçon de collecteur ou de canal régi par les équations complètes de Barré de S^t Venant avec possibilité de mise en charge et de débordement sur chaussée.

- GEOMETRIE



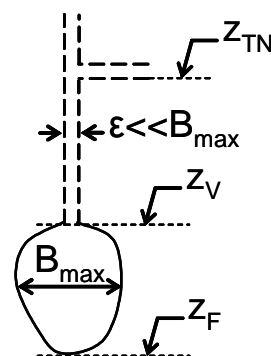
Les sections de collecteurs en 1 et 2 peuvent être de type ouvert ou fermé.

Section ouverte : canal



Pour $Z > Z_V$: le canal est prolongé par des parois verticales fictives de largeur B_{max} .

Section fermée : collecteur



Pour $Z > Z_V$: l'effet de mise en charge est simulé par une fente de faible largeur comparée à B_{max} .

Pour $Z > Z_{TN}$: le débordement sur la chaussée peut être simulé par une loi d'orifice.

▪ EQUATIONS

Les équations de Barré de St Venant entre les sections 1 et 2 s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_{ap} - I_4 \cdot q_f & \text{(Equation de continuité)} \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + I_3 \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{S} \right) + g S \left(\frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{Q|Q|}{D^2} \right) = 0 & \text{(Equation dynamique)} \end{cases}$$

S : section mouillée

D : débitance = S K R^{2/3}

K : coefficient de Strickler

R : rayon hydraulique

I₃ : paramètre d'activation du terme convectif : 1 ou 0

I₄ : paramètre d'activation du débit de fuite : 1 ou 0

q_{ap} : débit d'apport latéral par unité de longueur supposé constant

q_f : débit de fuite par débordement sur chaussée (considéré comme perdu par le modèle)

$$q_f = \begin{cases} 0 & \text{si } Z < Z_{TN} \\ \frac{\sqrt{2g} \cdot S_o}{ND} \cdot (Z - Z_{TN})^{3/2} & \text{si } z > z_{TN} \end{cases}$$

avec : S₀ : section d'orifice, supposée égale à 1 m² dans le programme

ND : distance (en mètres) séparant deux orifices

▪ PARAMETRES D'ENTREE

▫ Données propres au module

K : coefficient de Strickler

▫ Données de contrôle du module

I₃ = $\begin{cases} 0 : \text{termes convectifs non activés} \\ 1 : \text{termes convectifs activés et mise à zéro automatiquement lorsque le nombre de Froude approche l'unité} \end{cases}$

ND = $\begin{cases} 0 : \text{débit de fuite sur chaussée non activé : } I_4 = 0 \\ > 0 : \text{débit de fuite sur chaussée activé. ND désigne alors la distance séparant deux orifices et } I_4 = 1 \text{ (par défaut, ND = 20 m)} \end{cases}$

Commentaires

❑ Mise en charge des collecteurs

On adopte l'artifice de la fuite : le collecteur est prolongé verticalement par une fuite de faible épaisseur non régulière, qui, en pratique, est choisie égale à 5% ou 0.5% de la largeur moyenne du collecteur suivant l'application.

❑ Débordement

Lorsque la cote piézométrique atteint la cote du terrain naturel, il y a débordement sur chaussée.

On suppose que le volume débordé est perdu.

Le débordement est modélisé par des lois de déversoir de 1 m de largeur chacun et disposés tous les 50 m dans une zone de débordement.

2.3.3 Les singularités en ligne

Sont classés dans cette catégorie tous les ouvrages hydrauliques apportant une modification à l'écoulement le long d'un collecteur, d'un canal ou tronçon de rivière, et plus généralement, le long d'une branche 1D. Par extension une singularité est définie dans HYDRA comme toute loi d'écoulement régie par des équations autres que celles du tronçon de collecteur, de cours d'eau ou de vallée.

Une singularité peut :

- être courte (localisée en un seul PK) ou longue (étendue entre un PK début et un PK fin le long d'une branche de calcul),
- se caractériser par une discontinuité de débit (hydrogramme d'apport ou dérivation), ou de cote piézométrique, ou les deux à la fois,
- être de type passif (ouvrage statique) ou actif (organe réglable).

On distingue les principaux types suivants :

- les écoulements graduellement variés le long d'un tronçon figé par un PK amont et un PK aval,
- les apports hydrologiques,
- les pertes de charge en ligne,
- les dérivations et les maillages,
- les ouvrages de stockage,
- les conditions à la limite aval.

2.3.4 Domaine casier

Le casier est une zone d'expansion du lit majeur caractérisée par des vitesses d'écoulement généralement faibles et dont le contour s'appuie sur la topographie naturelle ou sur des obstacles artificiels à l'écoulement des eaux.

L'équation de base d'un casier exprime la loi de conservation de la masse :

$$S \frac{dZ_c}{dt} = \sum_i Q_{l_i}(Z_c, Z_i)$$

où :

S : surface au miroir du casier

Z_c : cote d'eau (supposée uniforme dans le casier)

q_{l_i} : débit échangé avec un autre domaine. Les liaisons latérales disponibles sont présentées section 2.5

Z_i : cote d'eau des autres domaines

Il est à noter que le casier constitue une approximation très simplificatrice de la réalité. Son utilisation ainsi que celle des liaisons associées exigent donc un certain discernement.

Les casiers sont généralement regroupés à plusieurs pour former un « domaine casier » identifié par un numéro de branche fictive. Cette entité est utilisée dans les applications fluviales.

Remarque : dans le cas d'un écoulement « plein champ » la liaison adéquate est la liaison de type « Strickler ». Elle s'exprime sous la forme :

$$Q_{ij} = K_i \cdot (H_{ij})^{\frac{5}{3}} \cdot l_{ij} \cdot \sqrt{\frac{Z_i - Z_j}{L_{ij}}}$$

ou :

H_{ij} : hauteur d'eau moyenne dans les blocs i et j

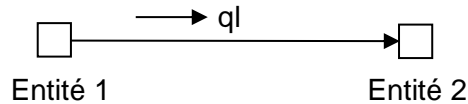
l_{ij} : largeur du segment commun aux deux blocs i et j

L_{ij} : distance entre les centroïdes de chaque bloc

2.3.5 Liaisons latérales

Les liaisons latérales binodales permettent de connecter hydrauliquement des entités définies par ailleurs le long des branches de collecteurs, dans les domaines casier et dans les stations de gestion.

La liaison binodale est connectée à chaque extrémité à une entité.



Le débit véhiculé par la liaison est régi par l'équation :

$$ql = f(\overline{z_1}, \overline{z_2}) \text{ où :}$$

$\overline{z_1}$ est la cote d'eau moyenne associée à l'entité 1

$\overline{z_2}$ est la cote d'eau moyenne associée à l'entité 2

Les entités connectables à une liaison sont :

- Les tronçons de vallées LMME, pour lesquels les positions des nœuds amont et aval ont été spécifiées explicitement,
- Le tronçon de collecteur LM, pour lequel les positions des nœuds amont et aval ont été spécifiées explicitement,
- Le bassin de stockage BO en série le long d'une branche de collecteur,
- Le regard BAS positionné le long d'une branche de collecteur,
- Un casier quelconque situé dans un domaine CASIER,
- Un nœud quelconque situé dans une station de gestion.
- Un pavé quelconque situé dans un domaine 2D

2.3.6 Domaine 2D

La modélisation **bidimensionnelle** repose sur la résolution des équations de Barré de Saint Venant à deux dimensions à l'aide d'une méthode de volumes finis : les inconnues sont la cote d'eau et la composante de la vitesse dans chaque direction, calculées au centroïde de la maille. Le schéma numérique de résolution à chaque pas de temps repose sur une méthode originale en deux étapes:

- dans l'étape 1 on calcule la cote et les débits d'échange à travers les facettes de chaque maille à l'aide de l'équation de continuité, en supposant connue la direction locale du champ de vitesse,
- dans l'étape 2 les composantes du vecteur vitesse sont calculées au centroïde de chaque maille par intégration locale des équations de quantité de mouvement.

Cette méthode intègre tous les termes intervenant dans les équations de Barré de Saint Venant, y compris les termes convectifs qui peuvent influencer les cotes des lignes d'eau dans les zones à fort gradients de vitesse, ainsi que la structure du champ de vitesse.

Equations de base du problème bidimensionnel en régime transitoire

Les équations de Barré de St Venant s'expriment classiquement sous forme différentielle :

- Continuité :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uh) + \frac{\partial}{\partial y}(vh) = 0$$

- Dynamiques selon x et y :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \left(\frac{\partial z}{\partial x} - j_x \right) = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \left(\frac{\partial z}{\partial y} - j_y \right) = 0 \end{cases}$$

avec :

h : hauteur d'eau

u,v : composantes de la vitesse

g : accélération de la gravité

z : cote de la surface libre

x, y : abscisse et ordonnée du point où sont définis (h, u, v)

j_x, j_y : gradient de perte de charge engendré par le frottement

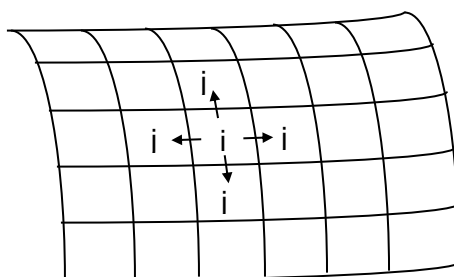
Cette formulation intègre les échanges de quantités de mouvement. Elle est utilisée préférentiellement dans les problèmes de courantologie et notamment les écoulements dans les lacs, les espaces estuariens ou les lits mineurs de cours d'eau.

Equations variantes

Les équations ci-dessus traduisent les relations de conservation de masse et de quantités de mouvement sous forme différentielle. On préfère, pour des raisons de robustesse et de performance numérique, introduire une formulation alternative basée sur :

- l'écriture de la loi de conservation de masse sous une forme intégrale,
- l'expression du débit d'échange entre deux mailles adjacentes au moyen de l'équation de conservation de l'énergie le long d'une ligne locale de courant (équation de Bernoulli),
- l'écriture des lois de conservation de la quantité de mouvement sous une forme intégrale.

Le domaine 2D est assimilé dans HYDRA à un assemblage fin de mailles de forme quadrangulaire et/ou triangulaire, et interconnectés par des liaisons internes à chaque segment :



Chaque maille i est défini par :

- La position de ses sommets, définis de façon à ce que le maillage soit le plus orthogonal possible,
- La surface au miroir S_i ,
- La cote moyenne de fond Z_{f_i} ,
- Le coefficient de Strickler du fond : K_i

Equations de conservation de la masse

La variation de la cote d'eau Z_i est décrite par l'équation :

$$S_i \frac{dZ_i}{dt} = \sum_{j=1}^4 Q_{ij} \quad (1)$$

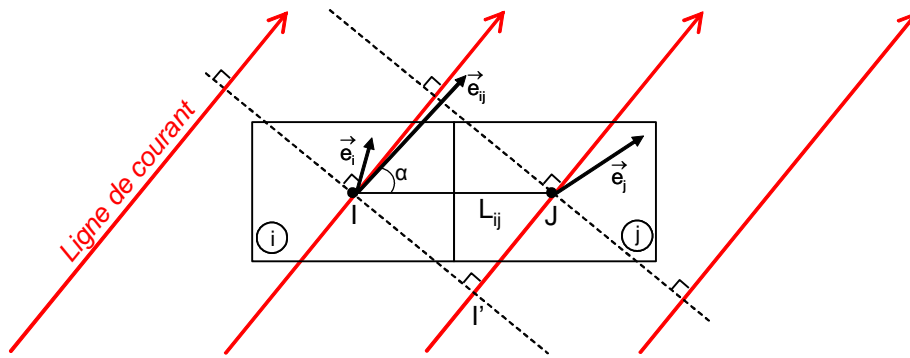
où Q_{ij} est le débit échangé avec les blocs voisins.

Calcul du débit échangé entre deux mailles à l'aide de l'équation de Bernoulli

Le débit d'échange entre deux pavés est calculé en appliquant localement le théorème de Bernoulli le long de la ligne de courant qui traverse la frontière commune de ces deux pavés. Ceci revient à considérer le système d'équation unidirectionnel localement.

On suppose connue la distribution du vecteur vitesse au centroïde du pavé i et la direction \vec{e}_i du vecteur vitesse au centroïde du pavé i . De même pour le pavé j .

On calcule une direction moyenne \vec{e}_{ij} en faisant la somme vectorielle pondérée des vecteurs \vec{e}_i et \vec{e}_j . \vec{e}_{ij} fait un angle α avec la direction IJ .



Appliquons le théorème de Bernoulli le long de la ligne de courant I'J, sachant que la charge en I' est la même qu'au point I :

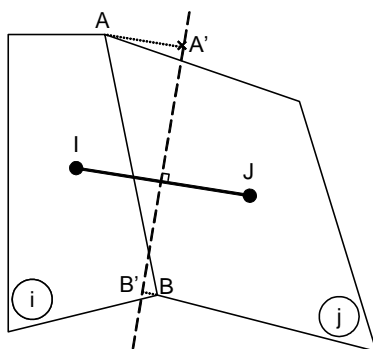
$$H_{I'} = H_I = Z_i + \frac{1}{2g} u_i^2 = Z_j + \frac{1}{2g} u_j^2 + J \cdot \cos \alpha \cdot L_{ij} \quad (2)$$

où : $\left\{ \begin{array}{l} L_{ij} : \text{distance séparant les centroides de deux pavés} \\ J : \text{perte de charge linéaire par frottement} \end{array} \right.$

Les grandeurs $|u_i|$ et $|u_j|$ sont approximées comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_i = \frac{Q_{ij}}{h_i l_{ij}^*} \times \frac{1}{\cos \alpha} \\ u_j = \frac{Q_{ij}}{h_j l_{ij}^*} \times \frac{1}{\cos \alpha} \end{array} \right. \quad (3)$$

où l_{ij}^* est la projection de la longueur de la frontière séparant les pavés i et j sur la normale à la direction IJ.



$$l_{ij}^* = A'B' = \text{projection de } [AB] \text{ sur la perpendiculaire à } (IJ)$$

La perte de charge J est exprimée sous la forme :

$$J = \frac{u|u|}{K^2 h^{4/3}} = \frac{Q_{ij}|Q_{ij}|}{K^2 h^{10/3}} \cdot \frac{1}{l_{ij}^{*2}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{Q_{ij}|Q_{ij}|}{D^2 \cos^2 \alpha} \quad (4)$$

où $h = \sqrt{h_1 h_2}$ est la hauteur d'eau moyenne des deux pavés,

$$D = Kh^{\frac{5}{3}} l_{ij}^*$$

En substituant les différents termes dans l'équation de Bernoulli, on obtient :

$$(Z_i - Z_j) - \frac{Q_{ij}^2}{l_{ij}^{*2} \cos^2 \alpha} \cdot \frac{(h_i - h_j)}{g h^3} = \frac{Q_{ij} |Q_{ij}|}{K^2 h^{10/3}} \cdot \frac{1}{l_{ij}^{*2}} \cdot \frac{L_{ij}}{\cos \alpha} \quad (5)$$

L'équation (8) est réécrite en faisant apparaître explicitement le nombre local de Froude le long d'une ligne de courant :

$$\left(\frac{Z_i - Z_j}{L_{ij}} \right) (1 - F^2) = \left(\frac{Q_{ij} |Q_{ij}|}{D_*^2} - F^2 I \right) \quad (6)$$

I est la pente du TN : $I = (Z_f_i - Z_f_j) / L_{ij}$

Le nombre de Froude F est égal à : $F = \frac{Q_{ij}}{l_{ij}^* h \sqrt{gh} \cos \alpha} \quad (7)$

et la débitance équivalente : $D_* = D \sqrt{\cos \alpha} \quad (8)$

L'équation (6) peut être enrichie d'un terme d'inertie pour traiter les régimes transitoires rapides, pour lesquels la vitesse de variation des phénomènes est de l'ordre de grandeur de la célérité de l'onde \sqrt{gh} :

$$\frac{1}{gS} \frac{\partial Q_{ij}}{\partial t} + \left(\frac{Z_i - Z_j}{L_{ij}} \right) (1 - F^2) = \left(\frac{Q_{ij} |Q_{ij}|}{D_*^2} - F^2 I \right) \quad (9)$$

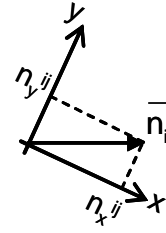
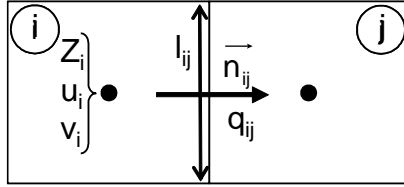
où : $S = h l_{ij}^* \cos \alpha \quad (10)$

L'équation (6) (ou l'équation (7) sous une forme plus générale) est intéressante car le terme F peut être exprimé de façon explicite dans l'étape de discrétisation. L'avantage de cette formulation est discuté au chapitre 3.

Equations de conservation des quantités de mouvement

Les équations sont exprimées sous forme intégrale, les inconnues sont calculées au centroïde de chaque maille :

- la cote d'eau Z_i ;
- la composante horizontale de la vitesse u_i ;
- la composante verticale de la vitesse v_i .



Le bilan de quantité de mouvement pour chaque maille i s'écrit :

- ♦ Quantité de mouvement projetée horizontalement :

$$S_i \frac{\partial(u_i h_i)}{\partial t} + \sum_j Q_{ij} u_{ij} + \sum_j \frac{p_{ij}}{\rho} \cdot n_x^{ij} + \frac{1}{2} C_f S \sqrt{u_i^2 + v_i^2} \cdot u_i = 0 \quad (11)$$

- ♦ Quantité de mouvement projetée verticalement :

$$S_i \frac{\partial(v_i h_i)}{\partial t} + \sum_j Q_{ij} v_{ij} + \sum_j \frac{p_{ij}}{\rho} \cdot n_y^{ij} + \frac{1}{2} C_f S \sqrt{u_i^2 + v_i^2} \cdot v_i = 0 \quad (12)$$

avec :

ρ : masse volumique de l'eau

S_i : surface du pavé

h_i : hauteur d'eau au centre du pavé

q_{ij} : débit d'échange entre les pavés i et j , compté positivement de i vers j

p_{ij} : forces de pression appliquée sur la paroi via la frontière séparant les pavés i et j

\vec{n}_{ij} : vecteur normal à la frontière séparant les pavés i et j

u_{ij}, v_{ij} : composantes du vecteur vitesse à la frontière ij

C_f : coefficient de frottement sur le fond

Les termes de pression sont calculés en supposant une profondeur moyenne constante dans le pavé :

$$\begin{cases} \sum_j \frac{p_{ij}}{\rho} n_x^{ij} = g \cdot h_i \cdot \left(\frac{z_j - z_i}{2} \right) n_x^{ij} \cdot l_{ij} \\ \sum_j \frac{p_{ij}}{\rho} n_y^{ij} = g \cdot h_i \cdot \left(\frac{z_j - z_i}{2} \right) n_y^{ij} \cdot l_{ij} \end{cases} \quad (13)$$

En définitive on retient les équations (1) (6), (8), (9) pour décrire les lois de comportement hydraulique du domaine bidimensionnel. Ces équations sont récapitulées ci-dessous :

Equations du domaine 2D – formulation alternative :

$$S_i \frac{dZ_i}{dt} = \sum_{j=1}^4 Q_{ij} \quad (1)$$

$$\frac{1}{gS} \frac{\partial Q_{ij}}{\partial t} + \left(\frac{Z_i - Z_j}{L_{ij}} \right) (1 - F^2) = \left(\frac{Q_{ij} |Q_{ij}|}{D_*^2} - F^2 I \right) \quad (9)$$

$$S_i \frac{\partial(u_i h_i)}{\partial t} + \sum_j Q_{ij} u_{ij} + \sum \frac{p_{ij}}{\rho} \cdot n_x^{ij} + \frac{1}{2} C_f S \sqrt{u_i^2 + v_i^2} \cdot u_i = 0 \quad (11)$$

$$S_i \frac{\partial(v_i h_i)}{\partial t} + \sum_j q_{ij} v_{ij} + \sum \frac{p_{ij}}{\rho} \cdot n_y^{ij} + \frac{1}{2} C_f S \sqrt{u_i^2 + v_i^2} \cdot v_i = 0 \quad (12)$$

2.3.7 Discussion

La structure des équations retenues pour l'étape de discrétisation souligne le rôle particulier du paramètre α : ce paramètre lie les équations (6) et (8)-(9) :

- la connaissance de l'orientation du vecteur vitesse est nécessaire pour résoudre l'équation (6) en débit et cote ;
- la connaissance des paramètres débit et cote sert à calculer le vecteur vitesse et donc son orientation à l'aide des équations (8) et (9).

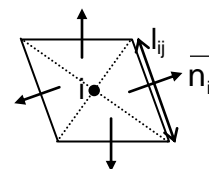
Formulation simplifiée

Négliger les paramètres « alpha » et « F » revient à découpler les équations : seules dans ce cas sont utilisées les équations (1) et (6) : cette formulation simplifiée est très exactement celle utilisée dans le domaine casier : les équations sont identiques à celles décrites dans la section 2.4.1.

La notion de vecteur vitesse d'écoulement a néanmoins un sens et peut être calculée à chaque centroïde de bloc élémentaire à partir des valeurs de cote d'eau et des débits échangés avec les blocs voisins.

Ce vecteur est calculé comme suit au centroïde du casier :

$$\vec{u}_i = \frac{1}{2} \sum_j \left(\frac{q_{ij}}{l_{ij} H_i} \vec{n}_{ij} \right)$$



où :

q_{ij} : débit échangé avec le pavé j,

\vec{n}_{ij} : Vecteur normal à la frontière commune entre les pavés i et j,

l_{ij} : longueur de la frontière commune entre les pavés i et j,

H_i : hauteur d'eau calculée dans le pavé i,

Cette formulation convient lorsque les termes convectifs sont négligeables par rapport aux termes de pression et de frottement : c'est généralement le cas lorsqu'on est intéressé par la reproduction d'une structure globale d'un champ de vitesse en lit majeur.

Formulation complète

La formulation complète, dans laquelle les 4 équations ci-dessus sont liées, peut être considérée comme un affinage de la formulation simplifiée, les termes convectifs vont contribuer à altérer localement le champ de vitesse issu de la formulation simplifiée, sans toutefois radicalement perturber les écoulements (du moins tant que le nombre de Froude reste inférieur à 1). Cette propriété suggère une méthode de résolution itérative intéressante, basée sur le fait que les équations (8)-(9) sont faiblement couplées aux équations (1)-(6). On procède en deux étapes à chaque pas de temps :

- dans l'étape 1 les débits et les cotes sont calculés avec les équations (1) et (6), en figeant l'angle α calculé au pas de temps précédent.
- Dans l'étape 2 les vitesses d'écoulement dans chaque maille sont calculées avec les équations (8) et (9), en figeant les termes de débits et de cotes calculés dans l'étape précédente.

Le gros intérêt de cette méthode réside dans sa robustesse et la vitesse d'exécution des calculs.

2.3.8 Le module hydrosédimentaire

Hydrariv possède un module hydrosédimentaire permettant la prise en compte du transport solide et son incidence sur les fonds. Il n'est pas décrit ici, sa mise en œuvre n'étant pas proposée dans le cadre de la mission.

2.3.9 Cartographie des zones inondables

La cartographie des zones inondées pour les différents scénarios modélisés est réalisée avec le post-processeur cartographique d'hydrariv, hydramap, par croisement entre la ligne d'eau calculée et le MNT. Hydramap soustrait le MNT à la grille de la ligne d'eau calculée pour restituer une grille des hauteurs de submersion, à un pas d'espace identique à celui du MNT, ainsi que les courbes d'iso-hauteurs de submersion suivant les intervalles définis par l'utilisateur.

Hydramap produit les classes d'iso-hauteurs de submersion sous forme vectorielle (fichiers Mif-Mid) et sous forme de grille au format ArcGis ASCII (dalles *.asc).